

Ce travail a été coordonné et rédigé par :
Jean-François GRELIER, formateur
À l'IUFM Midi-Pyrénées

Ont participé à la conception et à l'expérimentation des activités

Pour le cycle 2 :

Lydie RICARD
Catherine SERVONNAT
Sabine SOULET

Et pour le cycle 3 :

Florence CAMY
Renaud CAUSSE
Pierre DUMONT
Philippe HITIER
Yannig LEFEVRE
Marie SIMONE

**Ils enseignent tous à l'école BUFFON, à
Toulouse-Lafourguette, dans la
ZEP du Mirail**

Avant-propos

Ce document est le résultat d'une recherche-action menée à l'école Buffon, à Toulouse dans la ZEP du Mirail. Les auteurs s'inscrivent dans le vaste mouvement qui depuis une vingtaine d'années vise à faire passer l'école d'une pédagogie de la restitution à une pédagogie de la compréhension. De ce point de vue, les progrès ont été spectaculaires dans le domaine numérique, en particulier grâce aux travaux de l'équipe Ermel. Mais ça n'a pas été le cas en géométrie, faute d'un travail systématique de recherche et de production d'outils didactiques. C'est donc parce qu'il leur manquait les activités permettant de vraies manipulations en géométrie que les auteurs ont engagé depuis septembre 98 une recherche-action pour produire ces activités pour leur propre usage.

Il faut dire un mot de la méthode employée. L'attitude classique des chercheurs est de commencer par éclaircir le champ théorique, et d'en déduire dans un second temps les conséquences pratiques, ici les activités de classe : recherche fondamentale, puis recherche appliquée. Nous avons procédé autrement. Notre démarche s'est voulue

(faussement ?) naïve : nous avons simplement voulu prendre les programmes de géométrie au sérieux, en cherchant à construire les compétences exigées, avec les méthodes actives qui ont fait leurs preuves dans le domaine numérique. Nous n'avons pas voulu faire d'analyse théorique préalable, pour juger par exemple du bien fondé de ces programmes, ou pour lancer des pistes originales de travail. Estimant que c'est en faisant qu'on

apprend, nous avons décidé que nous traiterions les problèmes théoriques au fur et à mesure qu'ils se poseraient, et dans les termes où ils se poseraient, avec le critère pratique de la réussite des élèves

Nous avons commencé par chercher les manipulations qui aideraient les élèves à donner du sens aux activités géométriques. Le matériel mettant en jeu des compétences géométriques ne manque pas : les armoires des écoles maternelles en sont pleines ! Le problème est que ce matériel, quand il est utilisé, l'est « en sensibilisation », comme une activité d'éveil, ou pire pour « occuper » les élèves, et que les concepts mathématiques restent la plupart du temps implicites. Notre travail a consisté à dictatiser ce matériel, de manière à permettre l'explicitation des concepts mathématiques présents.

Des situations d'apprentissage géométrique de la grande section jusqu'au cours moyen deuxième année ont donc été conçues, construites, testées et réglées. Puis toutes ces activités ont été organisées dans des progressions cohérentes. C'est dans ce travail concret que les problèmes didactiques sont apparus au hasard des activités, un par un ou en paquet. Et c'est ainsi qu'une cohérence a progressivement émergé, et que les réponses se sont organisées dans un point de vue théorique.

Nous nous sommes particulièrement efforcés de travailler systématiquement le passage de l'activité réelle à l'activité pensée dans un espace de représentation, tant il nous apparaît que l'activité mathématique ne commence qu'en apprenant « à se passer de manipuler », ce qui nécessite qu'une activité pré-mathématique concrète ait existé d'abord.

Nous pensons que les premiers résultats pour les cycles 2 et 3 sont suffisamment substantiels pour intéresser un large public. Et cette publication est aussi l'occasion de lancer un appel à coopération pour tous les acteurs du primaire qui se reconnaîtraient dans la démarche proposée.

AVANT-PROPOS	2
ATTENDUS THEORIQUES	5
Identifier les difficultés de l'enseignement de la géométrie	5
Les faux obstacles	6
Une tradition magistrale et déductive	6
Les dogmes géométriques	6
Mais ne pas jeter le bébé avec l'eau du bain	7
Les vrais obstacles	7
Construire l'espace intellectuellement	7
Formes et relations spatiales	9
La construction des concepts géométriques	9
Comment reposer le problème ?	10
Objet et concept	10
Repartir des instructions de 80 : apprendre à se passer de manipuler	12
Un plan de travail	14
Partir des contenus exigibles	14
Répertoire, inventer et tester des situations	14
Proposer des progressions sur l'école primaire	14
LES SITUATIONS	15
La géométrie dans l'espace, les solides	16
La logique de la progression	16
les situations de l'espace	16
Compétences en jeu dans les situations	22
Progressions	22
Les robots	25
Problématique générale : apprendre à décrire	25
Matériel	25
Compétences en jeu dans la situation	28
Progression	28
Le géoplan	29
Problématique générale	29
Matériel	29
Organisation	29
Documents	29
Compétences en jeu dans la situation	29
Progression	30
Les mosaïques	33
Problématique générale	33
Matériel	33
Organisation	33
Documents	33
Progressions	34
	Erreur ! Signet non défini.
Les polygones articulés	35
Problématique générale	35
Matériel	35

Documents	Erreur ! Signet non défini.
Compétences en jeu dans la situation	35
Progression	36
Les rosaces	36
Problématique générale	36
Matériel	37
Documents	Erreur ! Signet non défini.
Compétences en jeu dans la situation	37
Progression	37
LES PROGRESSIONS PAR NIVEAU	39
Les apprentissages au cycle 2	40
Grande section de maternelle	41
Cours préparatoire	49
Cours élémentaire 1^{ière} année	60
Les apprentissages au cycle 3	71
Cours élémentaire 2^{de} année	73
Cours moyen 1^{ière} année	83
Cours moyen 2^{de} année	97

ATTENDUS THEORIQUES

Identifier les difficultés de l'enseignement de la géométrie

On est en général très fier de rappeler l'inscription écrite au fronton de l'Académie, là où Platon dispensait son savoir : « *Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre !* ». Eh bien il n'y a pas de quoi ! Parce que ça veut dire que pour devenir savant, il faut d'abord être géomètre. Les gardiens du temple ont été irréprochables : il a fallu montrer patte blanche, et aucun indésirable n'est entré ! La géométrie est restée la propriété des spécialistes, le signe distinctif des fins lettrés, et a su claquer la porte au nez de tous ces effrontés qui prétendaient apprendre, c'est-à-dire essayer de faire avant de savoir faire, avant d'être dûment estampillé comme de vrais géomètres. Ceux qui apprennent ne savent pas encore, et ne sauront qu'à la fin. L'apprentissage est cette période passionnante où on essaie de faire sans en avoir vraiment les compétences, justement pour les faire émerger. C'est un paradoxe, mais le paradoxe fondateur de la didactique, et c'est peut-être en géométrie qu'on le voit le mieux à l'œuvre.

On a souvent l'impression que l'enseignement de la géométrie est plus un tri de ceux qui ont spontanément des savoirs géométriques que la prise en compte de l'ensemble des élèves. La responsabilité des enseignants est pourtant d'organiser l'apprentissage de tous, de manière qu'il ne soit pas nécessaire d'être déjà géomètre pour faire de la géométrie. Et les enjeux de l'enseignement de la géométrie sont déterminants. Dans le développement des enfants d'abord. La géométrie fournit des outils cognitifs fondamentaux, un langage de l'espace constitutif de la culture nécessaire à tout être humain. Mais en didactique aussi, car c'est le lieu idéal de rencontre entre savoir et savoir faire, entre théorie élitiste et tour de main populaire. Il s'agit donc de remettre en perspective deux domaines socialement séparés, la culture technique et la géométrie de salon.

La géométrie est un lieu privilégié pour l'observation des phénomènes didactiques. Elle permet d'analyser ces deux versants de l'activité scientifique que sont les questions du comment et du pourquoi. Le comment répond aux exigences pratiques de productions de biens, et le pourquoi répond aux exigences culturelles de prise de sens sur le monde. Depuis Descartes la culture scientifique occidentale est dramatiquement centrée sur les questions du comment, laissant dédaigneusement les questions du pourquoi « à la métaphysique ». Or l'algèbre est le lieu du comment, alors que la géométrie est beaucoup plus celui du pourquoi. Car c'est en géométrie que l'on peut voir interagir le sensible et l'intelligible, les données des sens et les principes de raison, et donc analyser leurs rapports dialectiques. Analyser comment on passe du vécu au perçu, puis au conçu, comment bien voir permet de mieux comprendre, et comment comprendre permet de mieux voir, voilà ce qui est en jeu en géométrie.

Enfin la géométrie permet de réfléchir sur les mérites respectifs des méthodes déductives, magistrales et des méthodes inductives, constructivistes. C'est sur le modèle déductif qu'était (qu'est toujours ?) organisé l'enseignement traditionnel des mathématiques : le maître définit et développe son cours en défilant la pelote du fameux raisonnement prétendument hypothético-déductif. Ce n'est qu'à la fin de la fin que les élèves sont conviés à « appliquer » ces règles dans des exercices convenus où il s'agit surtout de restituer des exercices types. Par la résolution de problème, les méthodes inductives ont fait une entrée en force dans l'enseignement des mathématiques au primaire. Or le véritable lien créateur et fructueux entre ces deux types d'activités reste à éclaircir et à exploiter. La tradition géométrique se contente de définir, sans s'attaquer vraiment au problème de donner du sens aux concepts qu'elle pose, et les activités de récréations scientifiques donnent du sens, mais ne structurent pas les concepts qui restent la plupart du temps utilisés implicitement.

Et à côté de ce savoir scolairement appauvri, à l'école primaire, il y a d'autres activités où sont en jeu des savoir-faire qui sont aussi d'ordre géométrique. C'est le cas dans certaines activités d'arts plastiques, de technologie, d'EPS, de géographie, et sans doute dans les activités réalisées dans le cadre de « la main à la pâte ». Or il n'y a aucune cohérence entre l'approche de l'espace de ces différentes disciplines, mathématiques comprises. Le même concept peut être abordé sous des noms différents à des niveaux différents, et dans des disciplines différentes. Seul un travail de recherche ambitieux et massif pourra éclaircir le rôle de chaque discipline dans ces apprentissages, et à les coordonner dans une progression unique.

Il y a des difficultés incontestables, il faut donc commencer par comprendre où elles sont, et le mieux est sans doute d'analyser les obstacles auxquels sont confrontés les élèves dans ces apprentissages. Bachelard dit que l'on apprend « *contre* », pas « *à la suite de* ». Et il dit aussi que « *Le travail scientifique demande précisément que le chercheur se crée des difficultés. L'essentiel est de se créer des difficultés réelles, d'éliminer les fausses difficultés, les difficultés imaginaires.* » C'est ce que nous allons essayer de faire en distinguant :

1. d'une part les faux obstacles subjectifs qui ne sont que les scories d'un enseignement magistral presque uniquement déductif, et dont il faudra se débarrasser en proposant une didactique alternative.
2. d'autre part les obstacles épistémologiques, les vrais obstacles objectifs ; il faudra les identifier pour les affronter et en organiser le dépassement, car ils constituent le noyau des savoirs géométriques.

Les faux obstacles

Une tradition magistrale et déductive

La tradition élitiste grecque

Dans la tradition platonicienne, « Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre ! », le savoir géométrique est constitutif de l'homme, ontogénique dans le jargon philosophique, il n'est donc pas à construire. Un bon cours magistral clair et rigoureux suffira à ordonner un savoir déjà intuitivement là. Quelques définitions bien senties, et le tour est joué ! Et à l'école primaire ça prend même parfois la forme d'une pédagogie de l'ostension, la leçon de choses transposée dans le cours de mathématiques ! Autant cette méthode est licite sur des objets réels, où montrer donne effectivement du sens, autant elle ne peut fonctionner pour des objets de pensée qu'il faut construire intellectuellement.

Outre le mode de présentation ostensif, une autre des conséquences de cette tradition élitiste est que la géométrie n'est qu'un prétexte pour montrer que l'on sait raisonner juste : il est clair qu'au collège, jusqu'à une date récente, la tradition classique consistait à remplacer un travail sur les objets géométriques par un discours sur les objets géométriques, à partir des fameux postulats d'Euclide. D'où le rôle hypertrophié de la définition. Il faut définir beaucoup en géométrie, et la tentation est forte, plus forte qu'ailleurs, de commencer par un lexique, d'accumuler les définitions préliminaires, alors que les instructions précisent que ces apports doivent être faits en quantité réduite, et « toujours en situation ». Et bien sûr cette tradition déductive refuse quasi par principe la manipulation qu'elle réserve aux sciences physiques.

La méthode déductive, du simple au compliqué

On paie là un lourd tribut à la tradition cartésienne. La méthode de Descartes propose de décomposer les problèmes compliqués en sous-problèmes simples. Sur ce modèle un bon cours de mathématiques doit présenter les problèmes découpés en autant d'étapes qu'il est nécessaire pour que chacune soit sinon simple, du moins mémorisable. De même qu'en lecture on faisait le b-a-ba, et qu'on différait la prise de sens pour quand on sera capable de lire des phrases, en géométrie, la logique d'exposition était de partir du point pour aller à la droite qui est un ensemble d'une infinité de points alignés qui se touchent tous. Puis de passer au plan qui est une infinité de droites parallèles qui se touchent toutes, et enfin à l'espace à trois dimensions qui est à son tour une infinité de plans posés en couche les uns sur les autres. Comme si pour définir une maison, on commençait par définir la brique élémentaire ! On comprend une maison dans ses aspects fonctionnels, qui ne peuvent être que globaux !

Et pour notre cas comprendre que la droite est constituée d'une infinité de points est tout sauf simple. C'est une notion experte, que ne se justifie que par des besoins de cohérence internes aux mathématiques. Pour mémoire l'humanité a attendu le XIX^{ème} siècle pour avoir une théorie satisfaisante de la continuité et de l'infini qui permette de caractériser la droite mathématique ! Or le problème qui doit nous intéresser avant tout est celui de la prise de sens pour nos élèves, ce qui demande de reposer le problème à partir des conceptions spontanées des élèves, pas à partir des conceptions sophistiquées des experts des mathématiques.

Les séquelles des maths dites « modernes »

Quant aux maths dites « modernes » c'est la dernière tentative en date (mais il y en aura d'autres !) du remplacement de la géométrie par l'algèbre. La géométrie était devenue l'algèbre linéaire, et on faisait de la géométrie avec des systèmes d'équation, sans avoir recours aux figures. Le rêve ! Le seul (petit ?) problème, c'est que l'immense majorité des élèves n'y comprenait plus rien (et peut-être même des professeurs !).

Le résultat, c'est que celui qui avait besoin de la figure pour comprendre devait s'en expliquer en s'excusant, et qu'il était regardé avec condescendance par tous les « bons élèves ». Pour la petite histoire un des paradoxes de cet enseignement qui ignorait le développement des enfants réels est qu'il était cautionné par une lecture dogmatique de Piaget, le spécialiste du développement des enfants ! Et on est loin d'avoir mis ces choses-là au clair encore aujourd'hui.

Les dogmes géométriques

La construction à la règle et au compas

Là encore, nous payons un lourd tribut à la tradition grecque. Il y a là un dogme massif, incontournable, les figures doivent se faire à la règle et au compas, sur papier blanc ! Cette construction est bien sûr une excellente évaluation des savoirs construits, disons en fin de collège, mais pour évaluer des savoirs, il faut d'abord les avoir construits, et donc il faut ménager des espaces d'apprentissage grâce notamment à la figure à main levée. Vouloir imposer le compas toujours, et dans toutes les situations revient souvent à fermer la porte de la géométrie aux élèves. Le lien, par exemple, entre la perpendicularité et la construction de la médiatrice au compas est très indirect, et ne peut apparaître qu'avec la maturité.

Le leurre de la démonstration

Faire de la géométrie, c'est savoir démontrer ! C'est du moins l'image traditionnelle de la géométrie. Or la démonstration ne peut se concevoir que quand on connaît les objets sur lesquels on est censé raisonner. Exiger la démonstration au collège revient souvent à faire discuter à une assemblée d'aveugles des mérites respectifs du vert et du rouge ! Savoir démontrer au collège consiste le plus souvent à apprendre par cœur la démonstration type, et à essayer de l'adapter tant bien que mal au problème posé, le professeur se débrouillant pour ne pas trop dépayser les élèves en leur posant pour les contrôles des problèmes ressemblant étrangement à l'exercice-type vu en classe !

Mais la démonstration ne se justifie pas non plus scientifiquement : c'est au mieux une tautologie, et dans tous les cas un leurre. Prenons un exemple. On sait calculer l'hypoténuse d'un triangle rectangle à partir des deux autres côtés en appliquant le théorème de Pythagore. Démontrer consiste à calculer l'hypoténuse en disant pourquoi on a le droit de la faire. Mais dire qu'on applique le théorème de Pythagore n'est une preuve que pour la communauté qui l'admet. Une démonstration rigoureuse, pour être universellement convaincante, devrait alors démontrer aussi le théorème de Pythagore, et pour ce faire devrait utiliser d'autres résultats admis par convention pour établir ce même théorème. On serait alors contraint à une régression « hypothético-inductive », qui buterait en fin de course sur les axiomes fondamentaux qui eux sont indémontrables. La fameuse démonstration est donc au mieux une tautologie, au pire un acte de foi.

L'objectif des apprentissages géométriques au primaire doit donc avant tout de donner une culture des objets géométriques et de leurs relations les plus simples : les reconnaître d'abord globalement, apprendre à les décomposer en leurs éléments caractéristiques et mettre en place le vocabulaire spécialisé au fur et à mesure qu'il se rend nécessaire. Et ceci dans une ambiance d'argumentation qui est un raisonnement authentique, mais hors du cadre figé de la fameuse démonstration.

Mais ne pas jeter le bébé avec l'eau du bain

Constaté que la construction à la règle et au compas et la démonstration sont des obstacles souvent insurmontables pour les élèves ne doit pas nous empêcher de reconnaître qu'il s'agit là de savoirs authentiques qui restent des objectifs à atteindre. On peut sans doute fixer la construction à la règle et au compas comme un objectif de fin de collège, et la démonstration comme un objectif expert qu'il n'est pas raisonnable d'exiger au collège. Mais aussi comme des objectifs lointains dont il faut préparer l'apprentissage au collège, et au primaire ... ! Comme un horizon qui structure parce qu'il montre la direction, mais dont on reste pourtant toujours aussi éloigné, au fur et à mesure qu'on s'en rapproche en avançant. Face à la pensée déductive qui commence par donner la règle générale pour demander l'application à un cas particulier dans un second temps, on a voulu travailler inductivement. La pensée inductive, c'est au contraire partir d'une situation, la résoudre, et faire émerger progressivement la règle qui est en action implicitement.

Mais on n'en est plus à opposer dogmatiquement déduction et induction. Car la construction de la pensée déductive est évidemment fondamentale. Se construire des règles permettant d'appréhender le monde réel et d'y intervenir de façon pertinente est finalement le seul objectif global de l'enseignement, celui qui résume tous les autres objectifs. Trouver des règles permet de mieux comprendre et d'étendre le sens. Le paradoxe pour les positivistes, c'est que cette pensée déductive se construit principalement de façon empirique, progressive, c'est-à-dire de façon inductive.

D'autre part il n'est pas non plus tenable de vouloir tout enseigner inductivement, parce que ça dépend des cas. Il n'y a pas toujours une manipulation, une expérience qui permet de faire émerger quasi naturellement le concept visé. Prenons l'exemple de la symétrie. Il y a deux symétries élémentaires, la symétrie axiale et la symétrie centrale. La symétrie axiale se construit directement à partir du pliage, moyennant bien sûr un traitement didactique rigoureux. C'est même sans doute l'archétype du savoir qui se construit inductivement. Par contre il n'existe pas de manipulation connue permettant de faire vivre concrètement la symétrie centrale. Il y aurait la rotation de 180° , visible sur papier calque, mais c'est au mieux une validation. Ça ne fait pas fonctionner la transformation point par point. En fait c'est de façon déductive que l'on comprend la symétrie centrale, au collège ou plus vraisemblablement plus tard. Grâce à la symétrie axiale on construit un concept général de transformation avec la définition du transformé et le langage adéquat, et dans ce cadre construit, on définit une nouvelle transformation en ne changeant que la définition du transformé. Mais ce travail mathématique ne peut se mettre en place au collège que si on a commencé par construire une première transformation, la symétrie axiale, de manière inductive, à l'école primaire.

Les vrais obstacles

Construire l'espace intellectuellement

Spatialité et géométrie

Inventer un apprentissage de la spatialité ?

Reprenant à notre compte les observations de Berthelot-Salin, nous constatons que l'école ne sait pas encore aider aux apprentissages spatiaux, qu'il ne faut pas confondre avec les apprentissages géométriques. Les programmes du cycle I comprennent les items « repérage dans l'espace et dans le plan » et « construction de l'espace et du temps », mais ne précisent pas comment ces apprentissages peuvent être abordés, structurés et évalués. Et chaque enseignant est un peu livré à lui-même, dans un mélange subtil de routines et d'intuitions individuelles. Une piste de recherche est peut-être un travail pré-mathématique de production, d'agencement, d'organisation de formes.

Construire le langage de la spatialité

De même que la numération est un langage de la quantité et de la mesure, la géométrie est un langage de la spatialité. On peut donc comprendre l'enseignement de la géométrie comme la construction du langage de l'étendue et de l'espace, avec l'apprentissage d'un lexique et d'une syntaxe spécifique à ce domaine. De ce point de vue les formes seraient le lexique de l'espace et les relations en seraient la syntaxe. Les formes, on voit assez facilement de quoi il

s'agit, peut-être saisis-on moins facilement ce que l'on entend par relations spatiales. Dans ce domaine au primaire, il y a tout ce qui concerne le repérage, la positionnement, l'orientation, les coordonnées, mais aussi le parallélisme et l'orthogonalité, ainsi que les transformations, essentiellement la symétrie axiale, mais aussi la translation et l'homothétie.

Les trois espaces et leur relations

L'espace physique a des dimensions infinies. Le construire suppose que l'on apprend à agrandir progressivement l'espace qui nous entoure. On a l'habitude de distinguer trois espaces : le micro-espace, le méso-espace et le macro-espace. Le micro-espace, c'est celui que l'on peut toucher, et au milieu duquel il y a d'abord la feuille de papier sur laquelle on s'exprime par l'écriture et le dessin. C'est l'espace vécu. Le méso-espace, c'est celui que l'on peut embrasser du regard. C'est l'espace perçu. Enfin le macro-espace, c'est le monde qu'on ne peut appréhender que mentalement par des représentations et des reconstructions intellectuelles. C'est l'espace conçu. La géométrie usuelle est avant tout la géométrie du micro-espace, celui des objets que l'on peut représenter sur la feuille de papier. Et on n'a donc aucune garantie que ce travail dans le micro-espace se transfère réellement dans les autres espaces. Il faudrait donc organiser des situations problèmes dans le méso-espace, voire dans le macro-espace. Mais ça semble encore aujourd'hui de belles utopies que l'on peine à mettre en place.

Représenter trois dimensions avec deux dimensions

Les mathématiques commencent quand on a trouvé un espace de représentation où on peut évoquer la situation pour résoudre le problème sans avoir besoin de vraiment manipuler. Et si représenter les objets plats est immédiat, car il ne s'agit que d'une reproduction, par contre représenter les objets de l'espace demande la maîtrise des outils sophistiqués que sont la perspective et le patron. On est donc dans une situation inconfortable où on veut faire des mathématiques sur des objets que l'on reste longtemps incapable de représenter.

Représenter l'espace sur la feuille de papier est un obstacle sur lequel l'humanité va buter jusqu'à la Renaissance. C'est l'obstacle épistémologique typique. Si l'humanité a attendu si longtemps pour disposer d'une théorie de la perspective, c'est qu'on a là une difficulté conceptuelle majeure, à laquelle tout individu sera confronté à un moment de son développement. Et c'est donc de la responsabilité de l'école de permettre aux élèves de la lever. Mais c'est bien sûr à réfléchir également du point de vue du développement, en se demandant à quel âge cet apprentissage est possible. Les nouveaux programmes renvoient l'étude de la perspective au collège, alors que tous les manuels du primaire l'utilisent, et certains dès le cycle II. Cette contradiction ne fait que souligner ce problème majeur.

Une vision transversale ... à organiser

Quelle articulation entre le plan et l'espace ?

On n'abordait traditionnellement la géométrie dans l'espace qu'en fin de 5^{ième}, comme si on pouvait naturellement étendre les propriétés du plan à l'espace. Le texte de 85 – que l'on peut trouver en annexe - propose de renverser l'ordre dans lequel on traitait traditionnellement l'espace et le plan. Et donc de commencer par les objets réels à trois dimensions -les objets palpables- , pour passer ensuite aux objets à deux dimensions -les objets mathématiques. Le texte proposait de commencer au cycle I par les solides de l'espace, pour ensuite passer au plan par une observation des faces. Et ceci pour deux raisons parfaitement valables : d'une part les objets réels que l'on manipule sont à trois dimensions, alors que les objets du plan nécessitent une construction intellectuelle, et il y a moins de difficulté pour des élèves du primaire à raisonner sur des objets réels que sur des objets définis mathématiquement. Ensuite des notions fondamentales de la géométrie comme le parallélisme ou l'orthogonalité font un tel saut de complexité en passant du plan à l'espace que les connaître dans le plan est plutôt un obstacle pour les construire dans l'espace.

Mais ce point de vue a parfois été compris de manière radicale, ce qui n'est pas tenable, à notre avis. D'abord les élèves savent reconnaître globalement plusieurs objets du plan à l'entrée du cycle II, et savent même les dessiner facilement à main levée. Ensuite le travail sur les solides qui est bien sûr indispensable, et doit effectivement être commencé très tôt par des activités de classement, de description et plus difficilement de reproduction, se heurte très vite à la difficulté de la représentation. Aussi les compétences construites dans le plan aideront à la structuration de compétences dans l'espace. Le débat n'est plus comme en 85 de savoir dans quel ordre on doit mener l'apprentissage de l'espace et du plan, mais bien d'organiser leur apprentissage conjoint.

Quelle articulation avec la technologie, la géographie, les arts plastiques et l'EPS ?

L'espace est travaillé dans plusieurs disciplines à l'école primaire, en mathématiques bien sûr, mais aussi en EPS, en géographie, en arts plastiques et en technologie. Mais parle-t-on à chaque fois du même espace ? La même notion peut être abordée à des niveaux différents, avec un vocabulaire différent, et avec des objectifs différents dans des progressions disciplinaires qui s'ignorent en toute bonne foi.

Il reste donc à inventer une harmonisation de ces différentes activités dans un travail interdisciplinaire. Les relations de l'espace, le repérage et l'orientation ne peuvent se mener qu'en étroite collaboration avec les activités physiques et sportives, en particulier au cycle I, et avec la géographie aux deux autres cycles. De la même façon des progressions croisées avec la technologie dans des situations de démontage – remontage nous semblent la façon la plus rationnelle d'aborder le patron. Enfin les problèmes de représentation de l'espace ne peuvent se résoudre qu'en se nourrissant de la réflexion menée en arts plastiques, tout en différenciant les objectifs.

Formes et relations spatiales

Différencier pour réunir

Construire du savoir géométrique signifie donc structurer des connaissances sur les formes, et structurer des connaissances sur les relations spatiales qu'ont les formes entre elles. Or dans l'environnement spatial perçu les formes sont intimement liées à des relations spatiales. Se pose alors une première question : doit-on conceptualiser d'abord les formes, puis ensuite les relations spatiales, ou d'abord les relations spatiales, puis les formes, ou les deux en même temps dans leurs rapports logiques. On peut éluder le problème en se proposant d'organiser l'apprentissage croisé des formes et des relations entre les formes. Mais notre choix, controversé, est quand même de partir des formes pour aller aux relations par un travail langagier autour des formes.

Mais vient de suite une deuxième difficulté : les formes se définissent justement en refusant l'environnement, par un effort d'abstraction qui oublie toutes les propriétés physiques de l'objet, mais aussi les relations spatiales. De même il faudra aussi identifier les relations spatiales dans leurs spécificités, en les séparant des objets, ce qui s'avère encore plus difficile. On doit donc séparer les formes et les relations spatiales pour les conceptualiser alors que le sens tient justement à leurs rapports mutuels.

Objet ou trajectoire

La figure géométrique peut modéliser diverses situations, mais il en est deux qui ouvre deux univers complètement différents, et qui pourtant se représentent de la même façon. Il s'agit des objets géométriques d'une part, et des trajectoires d'autre part. Dans un cas on appréhende de l'étendue, et dans l'autre un déplacement. Tout le travail sur le repérage induit l'aspect dynamique, celui des itinéraires, des déplacements. Ce n'est que par une rupture que l'on peut passer aux formes. Et quand on trace un segment, le crayon se déplace d'une extrémité à l'autre. La représentation du segment a encore la mémoire de l'action du traçage, et c'est pour cela que dans des descriptions des élèves parlent « du trait qui part de A et va vers B ». Or construire le concept de segment, c'est l'appréhender comme un tout, comme un objet avec ses caractéristiques.

La construction des concepts géométriques

Les formes et les éléments des formes

Il faudra trouver des progressions organisant l'émergence progressive et cohérente des différents concepts permettant d'identifier les objets géométriques, et ceci dans chaque domaine. Et donc faire un travail minutieux de mise au point de séquences respectant les objectifs imposés par les programmes, et les contraintes de développement des enfants. A chaque fois on commencera par l'identification globale des formes, à partir de d'exemples pris dans la vie de tous les jours, et ensuite on passera aux éléments par un effort systématique de description.

Les relations spatiales

Quadrillage, repérage et coordonnées

Le quadrillage est un espace déjà mathématique qui permet de faire de la géométrie dans un espace discret, et donc de remplacer dans les tracés les instruments par du comptage. La difficulté est d'organiser deux apprentissages croisés : celui des objets que l'on représente sur quadrillage, et celui du quadrillage lui-même. Ensuite il faudra apprendre à coder des déplacements, puis des positions dans un système de coordonnées. Là se pose la question du langage géométrique utilisé au collège pour désigner les points. Le travail sur les coordonnées donne une situation idéale pour apprendre à coder les sommets par des lettres majuscules. Se fixe-t-on cet objectif ou pas ?

Perpendiculaires et parallèles

Pour construire les concepts de perpendiculaires et de parallèles, il va falloir rechercher les conceptions des élèves. Une des difficultés est que ces relations s'appliquent à la droite qui est un concept très abstrait, dont on ne peut avoir que des images concrètes partielles au primaire. Ces relations spatiales se construisent empiriquement dans des activités partielles, par touches successives, en organisant l'apprentissage à partir des conceptions les plus significatives.

Pour la perpendicularité, il faut sans doute distinguer le concept d'angle droit et celui de droites perpendiculaires. On peut recenser donc d'abord les différentes conceptions de l'angle droit, à peu près ordonnées des plus empiriques aux plus conceptuelles :

- les coins de la pièce
- le coin de la feuille
- l'équerre
- la feuille pliée en quatre
- les angles du carré et du rectangle

Et pour la perpendicularité, les différentes conceptions suivantes :

- la relation entre une horizontale et une verticale du quadrillage
- deux droites qui font un angle droit
- les deux côtés de l'équerre
- les diagonales du losange
- le tracé du symétrique
- la plus courte distance d'un point à une droite (« juste en face »)
- le tracé de la médiatrice au compas
- sur un cercle, l'angle de la tangente et du rayon
- l'angle entre la direction de la balle et la raquette

Pour le parallélisme, il y a également beaucoup de conceptions, certaines spontanées et d'autres construites qui se recourent, se croisent et se complètent :

- Le dessin de la pluie : sans vent, avec vent à gauche et à droite
- les deux côtés de la règle
- les bandes, la route, les rails de chemin de fer
- les bords de la feuille de papier
- les horizontales et les verticales du quadrillage
- deux droites qui n'ont pas de points d'intersection
- les côtés opposés des quadrilatères particuliers

Il faut d'abord faire un travail théorique pour sélectionner parmi toutes ces conceptions celles qui sont les plus fécondes, puis monter des activités autour de ces conceptions. C'est en donnant ainsi du sens par petites touches, puis en faisant une synthèse que l'on peut espérer construire solidement ces concepts vraiment fondamentaux.

Les transformations

L'objectif reste de construire solidement le concept de symétrie axiale. Le pliage reste la notion fondamentale autour de laquelle se construit ce savoir, mais la reproduction en miroir y prendra également une place importante. et on sait à peu près comment s'y prendre. Mais qu'en est-il des autres transformations ? La translation doit être abordée justement pour la discriminer de la symétrie axiale, et la rotation est sous-jacente à beaucoup de situations utiles aux apprentissages, en particulier aux rosaces. Mais il ne semble pas possible, ni utile, de structurer ces savoirs au primaire.

Comment reposer le problème ?

Passer de l'objet au concept par la représentation

Monde vécu, monde perçu et monde conçu

« *Tout ce qui est réel est rationnel, tout ce qui est rationnel est réel* » disait Hegel. C'est un peu ce mouvement qui fait passer de la perception au raisonné, du sensible à l'intelligible, dans un sens et dans l'autre, que l'on met en jeu dans la construction du savoir. La géométrie experte repose sur des définitions qui refusent tout argument d'évidence, elle se contraint à tout démontrer, à ne rien accepter sans en avoir une raison rationnelle. Or il s'agit pourtant d'appréhender l'espace physique, matériel, celui que l'on perçoit par l'évidence. Il faut donc trouver le moyen de réconcilier ces deux pôles.

Au risque d'être caricatural, on peut dire qu'il s'agit d'abord de se décentrer en passant d'un espace vécu à un espace perçu, et c'est l'enjeu des apprentissages géométriques au cycle I, puis d'un espace perçu à un espace conçu, et c'est l'enjeu des apprentissages géométriques aux cycles II et III. C'est cette problématique que l'on retrouve dans la représentation des objets géométriques, où il faut concilier deux réalismes, celui du « vu » et celui du « su ». Une représentation réussie, c'est une représentation qui permet de reconnaître l'objet tel qu'on le perçoit, mais qui fait figurer aussi les propriétés qui sont cachées.

Passer de l'objet au concept par la représentation

La philosophie et la géométrie sont nées en même temps dans la Grèce antique. Ce que les grecs ont compris, c'est que le monde matériel se double d'un second monde virtuel, le monde des concepts. Et ce sont les mots, le langage qui permet de passer d'un monde à l'autre. Et la philosophie, comme la géométrie travaille sur des concepts que la communauté des savants doit définir, puisqu'ils n'existent pas matériellement.

Apprendre, c'est le processus par lequel on construit les concepts, par un travail de manipulation autour des objets et de langage autour des représentations. Il suffit qu'un enfant rencontre deux ou trois chats pour qu'il construise le concept de chat. Les concepts mathématiques ne se construisent pas aussi facilement que les concepts sociaux, mais le processus est similaire : on part des objets, puis on les représente, et on apprend progressivement à les remplacer par ces représentations que l'on codifie, que l'on organise logiquement pour qu'elles finissent par exister indépendamment de l'objet matériel de départ.

L'objet est là, et le concept se construit dans la tête. Mais ce n'est pas directement sur ces deux pôles extrêmes que l'on travaille. Les mathématiques ne commencent que quand on travaille sur des représentations sur papier de l'objet et du concept. Et ce sont ces représentations qui doivent être témoins et acteurs de l'effort d'abstraction qui fait passer de la notion floue au concept défini mathématiquement. Il y a donc quatre instances géométriques :

- l'objet physique qui peut être présent ou imaginé.
- la reproduction de cet objet physique qui peut exister sur plusieurs supports matériels, le papier bien sûr, mais aussi les élastiques du géoplan, les bandes articulées, les pailles ou la pâte à modeler.
- la représentation géométrique codifiée sur papier du concept mathématique.
- le concept mathématique lui-même.

Il convient d'organiser des allers-retours entre ces quatre instances, mais sans les confondre.

Quelle(s) représentation(s) ?

Si on prend représentation au sens général, -tout ce qui permet de travailler sur l'objet alors qu'il n'est pas là, alors il y a bien d'autres représentations que la représentation mathématique. Une image mentale, une photo, un dessin, une reproduction avec un autre matériel, sont des représentations. Ce type de travail est en jeu dès le cycle I, et il convient de hiérarchiser les représentations du point de vue de ce qu'elles conservent, et de ce qu'elles perdent. Au cycle I, il s'agit d'abord de stabiliser les représentations individuelles, pour qu'elles apparaissent comme des mémoires des objets disparus. Puis de les socialiser, en convenant progressivement d'un code qui permettra de communiquer grâce à elles.

Par contre la représentation plane d'objets de l'espace est la représentation mathématique. Le développement en est une, la collection des projections dans trois plans orthogonaux (vue de face, de gauche et de droite par exemple) en est une autre, et la représentation en perspective en est une troisième. Il conviendrait donc d'éclaircir la polysémie du verbe « représenter », et de préciser à chaque fois qu'on l'emploie de quelle « représentation » il s'agit.

Mais il nous semble qu'un travail particulier doit être mené autour de la représentation en perspective, et ceci pour plusieurs raisons. D'abord parce qu'elle est utilisée dans tous les manuels et certains dès le cycle II. Prétendre qu'il suffit d'apprendre à lire cette représentation alors que l'on n'en organise pas sérieusement l'apprentissage, et sans apprendre à l'écrire, c'est-à-dire à apprendre à la produire ne nous paraît pas cohérent. Ensuite la représentation en perspective est la seule qui préserve l'appréhension globale des solides, et qui n'oblige pas une reconstruction mentale à partir de vues éclatées. Elle est donc constitutive de la construction intellectuelle de l'espace, et son intérêt dépasse donc très largement les limites scolaires.

Voir le concept dans l'objet : apprendre à coder

Il faut donc passer de l'objet physique au concept mathématique par cette opération empirique et universelle qui consiste à classer des objets, puis à sélectionner un critère de classement, et enfin à identifier ce critère comme une propriété caractéristique. Pour repérer ces critères, il faut séparer le nécessaire du contingent, du point de vue de la science géométrique construite. Et il faut donc se débarrasser des caractéristiques physiques, matériau, taille, couleur, mais aussi choisir les caractéristiques théoriques pertinentes, en particulier se débarrasser de tout ce qui concerne l'orientation. C'est l'abstraction au sens propre du terme. Cette opération va être plus ou moins difficile suivant les concepts.

Les élèves du cycle I apprennent facilement à identifier globalement les formes du plan. La difficulté est de passer par la suite de la description globale à la description locale par la construction de concepts plus abstraits comme le sommet, le côté et l'angle. Mais certains concepts sont purement mathématiques, et s'appuient difficilement sur des objets matériels. La droite, par exemple est un concept très abstrait, qui renvoie à diverses conceptions, et que la droite dessinée au tableau résume mal. La droite mathématique est infinie, parfaitement rectiligne, et n'a pas d'épaisseur. Alors que la représentation que l'on fait de la droite, au tableau ou sur son cahier n'est pas infinie, et a un épaisseur, pour qu'on puisse la voir !

Voir l'objet dans la représentation : apprendre à décoder

Mais ce concept une fois, l'objet ne s'offrira plus au regard que par le biais de sa représentation. Un autre compétence à construire chez l'élève est donc en retour la capacité à voir le concept dans la représentation, c'est-à-dire apprendre le cerveau à interpréter l'image perçue pour la transformer en sens. Quand l'oreille entend quatre-vingt-seize, c'est-à-dire $4 \times 20 - 16$ ou si l'on veut $4 - 2 - 0 - 1 - 6$, le cerveau transforme cette donnée et produit l'image d'un 9 collé à un 6.

De la même façon, en géométrie il faut apprendre dans un contexte à trois dimensions à voir une boule à travers le dessin d'un cercle, à reconstruire l'objet à partir d'un dessin en perspective. Mais plus simplement dans le plan il faut aussi apprendre à détacher un polygone du dessin de sa frontière, c'est-à-dire comprendre que cette frontière de segments enchaînés ne sépare pas deux sortes de vide, mais le vide de l'extérieur du plein de l'intérieur. De même dans l'espace, on représente les objets grâce à leurs arêtes, ce qui privilégie un aspect au détriment des autres. Pour les reproductions, les patrons sont un travail sur les faces, et c'est ainsi qu'on reconstruit les objets dans l'espace, mais ces objets restent creux de l'intérieur. Pour appréhender vraiment l'espace à trois dimensions, il faudrait apprendre à réaliser des objets de trois façons différentes : réaliser les objets dans un matériau plein, de la pâte à modeler, par exemple, ce qui mettrait en valeur la dimension du volume, réaliser des patrons à partir des faces, ce qui utiliserait la dimension des surfaces, et enfin réaliser ces solides avec des pailles ou des réglettes, pour explorer la dimension des longueurs. De même les angles sont rarement compris comme un secteur infini du plan, comme une surface.

L'apprentissage de la représentation, ce sont deux apprentissages intimement liés : l'apprentissage du codage qui est un savoir-faire pratique, et l'apprentissage du décodage de cette représentation par le cerveau pour construire mentalement l'objet.

Représentations surdéterminantes

Mais une fois le concept identifié, une autre des difficultés est d'éviter des surdéterminations qui sont en général liées à des représentations dominantes qui peuvent être scolaires ou sociales. Ainsi un carré a souvent pour les élèves une propriété supplémentaire, celle d'être posé horizontalement, au point qu'il devient un losange quand on le pose sur une pointe. Un rectangle a en général un rapport de 1,5 à 2,5 entre la longueur et la largeur, ce qui fait qu'une bande n'est en général pas identifiée comme un rectangle.

Repartir des instructions de 80 : apprendre à se passer de manipuler

Nous citons en annexe les compléments au programme de 85 qui reprennent le principal des programmes de 80, et argumentent avec éloquence pour une géométrie active. Ce texte reste la référence. Il argumente pour la démarche empirique qui part des objets physiques, en fait un objet d'étude pour faire émerger progressivement les invariants qui seront les concepts mathématiques, et cela reste évidemment le principe indépassable.

On n'abordait traditionnellement la géométrie dans l'espace qu'en fin de 5^{ième}, comme si on pouvait naturellement étendre les propriétés du plan à l'espace. Le texte proposait d'inverser cette programmation, et de commencer au cycle I par les solides de l'espace, pour ensuite passer au plan par une observation des faces. Et ceci pour deux raisons parfaitement valables : d'une part les objets réels que l'on manipule sont à trois dimensions, alors que les objets du plan nécessitent une construction intellectuelle, et il y a moins de difficulté pour des élèves du primaire à raisonner sur des objets réels que sur des objets définis mathématiquement. Ensuite des notions fondamentales de la géométrie comme le parallélisme ou l'orthogonalité font un tel saut de complexité en passant du plan à l'espace que les connaître dans le plan est plutôt un obstacle pour les construire dans l'espace.

Mais ce point de vue a parfois été compris de manière radicale, ce qui n'est pas tenable. D'abord les élèves savent reconnaître globalement plusieurs objets du plan à l'entrée du cycle II, et savent même les dessiner facilement à main levée. Ensuite le travail sur les solides qui est bien sûr indispensable, et doit effectivement être commencé très tôt par des activités de classement, de description et plus difficilement de reproduction, se heurte très vite à la difficulté de la représentation. Aussi les compétences construites dans le plan aideront à la structuration de compétences dans l'espace. Le débat n'est plus comme en 85 de savoir dans quel ordre on doit mener l'apprentissage de l'espace et du plan, mais bien d'organiser leur apprentissage conjoint.

Les quatre verbes d'action - produire, reproduire, décrire, représenter, construire - proposent la trame d'un plan de travail sur les objets physiques. Il s'agit d'abord de proposer une tâche aux élèves, pour qu'ils soient acteurs de leur apprentissage. Le cours dialogué, où le maître tient la classe en haleine par un jeu savant de questions-réponses a montré ses limites, et reste pourtant très présent en géométrie. Outre qu'il est épuisant pour le maître, il demande un effort d'attention dont les adultes sont incapables au delà de dix minutes. Les élèves ne peuvent s'investir plus de dix minutes que dans une tâche finalisée et à leur portée, mais qui demande une recherche authentique. Et ce n'est que dans un travail complexe que l'on peut apprendre à s'organiser, à développer des compétences méthodologiques. La difficulté pour le maître n'est plus dans la classe, mais avant la classe, dans l'organisation de vraies activités motivantes, adaptés au niveau des élèves et aux objectifs disciplinaires.

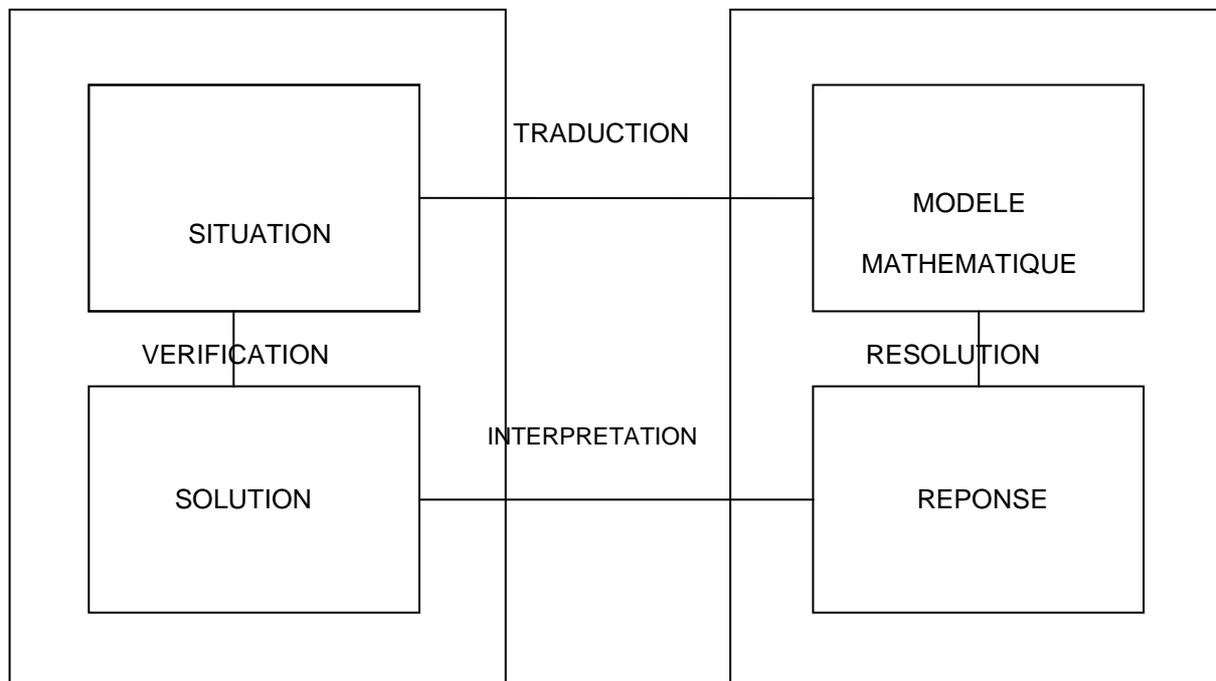
Nous pensons qu'il faut rajouter aux quatre verbes d'action en préalable le verbe produire où les élèves pourront s'approprier le matériel, et se constituer un magasin d'objets sur lesquels des activités d'apprentissage -rythmées par ces quatre verbes d'action, pourront se mettre en place. Et voilà comment ces activités pourraient être organisées :

- **Produire** : il s'agit de découvrir et de s'approprier le matériel, d'apprendre à l'utiliser pour produire des formes. La production doit être gratifiante, et autant que possible il faut prévoir que chaque élève puisse emporter chez lui un spécimen individualisé. On est là dans une activité de type technologique, où c'est le matériel qui induit la nature des objets produits.
- **Reproduire** : on va se proposer de reproduire les objets ainsi obtenus. On peut reproduire avec le même matériel, ou avec un autre matériel. On peut reproduire avec l'objet comme modèle, ou sur photo, ou sur croquis, ou sur description. On peut reproduire à l'identique ou à une échelle différente. On peut organiser l'activité avec un jeu de la marchande pour commander les pièces nécessaires à la reproduction.
- **Décrire** : on ne peut décrire que dans des actions finalisées. On a besoin de décrire avant de reproduire soi-même ou pour qu'un autre reproduise. On peut distinguer des descriptions quantitatives, où on classe et on compte les différents éléments, et des descriptions qualitatives, où on essaie de donner des indications permettant de reconnaître l'objet. On peut enfin écrire la recette de fabrication, mais c'est beaucoup plus difficile. Des jeux peuvent aider à mettre en place ces activités de description. Le jeu de la marchande, du portrait, ou les jeux de correspondance termes à termes.
- **Représenter** : c'est avec le passage à la représentation que commence l'activité mathématique proprement dite. Il s'agit avant tout de garder la mémoire de l'objet. Pour pouvoir le reconstruire quand le matériel sera à

nouveau disponible, ou pour résoudre un problème en l'absence de l'objet. Il ne s'agit donc pas de rechercher l'exactitude de la reproduction, mais de trouver un codage commode qui va devenir le lieu de la métacognition. Et c'est là qu'il faudra faire l'apprentissage de la figure à main levée.

- **Construire** : attention, on est en pleine polysémie. Il ne s'agit pas du construire de la construction à la règle et au compas. Ici construire est pris dans un sens très général, il s'agit de réaliser un objet géométrique à partir de rien. C'est une reproduction sans modèle, où on doit concevoir l'objet, et choisir le matériel en fonction des contraintes du problème.

Apprendre à se passer de manipuler



Réel	→	Pensée
Objets	→	Concepts
Physique	→	Mathématiques
Situation	→	Modèle mathématique

Il s'agit d'éclairer les rapports entre le réel (la partie gauche du tableau) et les objets de pensée –ici mathématiques, qui permettent de l'appréhender (la partie droite du tableau) : vaste chantier ! Bien sûr le réel est un réel d'opérette, reconstruit pour l'apprentissage. Il s'agit de situations didactiques concrètes soigneusement choisies pour faire émerger le modèle mathématique de résolution. Le passage de la gauche à la droite est la conceptualisation, la construction des savoirs mathématiques, dans une démarche de type inductif, du particulier au général, et le passage de la droite à la gauche est l'application, dans une démarche de type déductif, du général au particulier.

Ne travailler que dans la partie gauche du tableau reviendrait à résoudre les problèmes « en performance », sans conceptualiser, donc à se comporter en animateur de centre aéré (ce qui est par ailleurs fort respectable !), mais pas en enseignant. C'est la dérive qui ignore les savoirs à construire, où la manipulation empêche le passage à la conceptualisation. Mais symétriquement ne travailler que dans la partie droite du tableau revient à faire l'impasse sur le sens, à n'enseigner les mathématiques que comme une longue litanie de définitions, théorèmes, règles à apprendre par cœur, sans comprendre « à quoi ça sert ».

Piaget nous est là d'un grand secours. On peut dire très schématiquement qu'il distingue trois grands stades de développement : le stade sensori-moteur, le stade des représentations et le stade des opérations abstraites. Dans le premier stade, ce qui prédomine, ce sont les perceptions qui se coordonnent aux actions. Dans le second, les enfants sont capables d'inférences lorsqu'ils sont en présence des objets matériels de leurs pensées. Dans le troisième ces inférences ne sont plus soutenues par les objets eux-mêmes, mais par le langage et les symboles.

Si on prend l'exemple de la symétrie axiale, on voit dans ces trois stades de manière transparente, le pliage, puis le pliage pensé sur représentation, puis la définition mathématique de la symétrie par la médiatrice. Et on ne peut certainement pas découvrir la symétrie autrement que par le pliage. Mais on ne rentre vraiment dans la mathématique

que quand on aura appris à tracer le symétrique par la perpendiculaire, c'est-à-dire sans plier. Le pliage pourra rester encore un moment un moyen de valider, mais à terme il faudra s'en passer. Pour résumer cette conception des mathématiques du primaire, on peut lancer cette formule : **Les mathématiques consistent à apprendre à se passer de manipuler.**

Il faut donc savoir associer à toute situation expérimentale un espace de représentation où les élèves apprendront à coder ce qu'ils viennent de manipuler. Ce n'est que dans cet espace de représentation que les mathématiques peuvent vraiment se structurer. Avant, il s'agit d'une manipulation –indispensable certes, mais qui serait stérile si on en restait là. Dans cette phase d'apprentissage, on ne fait pas que manipuler, on formule également, et le langage que l'on utilise contribue à faire émerger les concepts à partir des conceptions spontanées des élèves. Et c'est dans cet espace de représentation que le langage se construira pour identifier les concepts à partir de leurs propriétés, mais aussi pour apprendre à argumenter et à découvrir la puissance de la pensée déductive.

Les jeux géométriques

Les activités peuvent être de fabrication, en empruntant des procédés technologiques, mais aussi de langage souvent sous la forme de jeu. Les jeux suivants peuvent être montés :

1. **Le jeu de la marchande** : c'est le trait d'union entre la reproduction et la description. Pour fabriquer un objet, on peut avoir besoin de pièces que l'on peut commander dans un magasin. Pour cela il faut analyser la figure à reproduire, identifier les éléments à commander, les compter et les commander. On peut exiger un nombre exact de pièces – ni plus, ni moins – et on peut réaliser la commande par écrit sur un bon de commande. Ce bon de commande peut être proposé par le maître ou être élaboré par la classe.
2. **Le jeu du portrait** : c'est un jeu qui peut se monter dès qu'on a une collection d'objets géométriques. Un élève ou un groupe d'élèves choisit un objet, et en informe le maître. La classe doit le deviner par un questionnaire discriminant. C'est aussi une activité méthodologique en ce qu'elle travaille sur les inférences. Des activités de ce type peuvent également être menées sur fichier, la recherche d'un intrus dans une collection, ou la reconnaissance d'un élément dans une collection à l'aide d'indications.
3. **Le jeu du géoplan** : on peut utiliser le géoplan en géométrie comme on utilise l'ardoise ou le Velléda en algèbre par le procédé Lamartinière. On pose oralement des petits problèmes à résoudre sur le géoplan. Chaque élève travaille sur son géoplan, et le lève au signal pour la validation. On doit également exploiter ce jeu pour formuler les propriétés, et pour argumenter.
4. **Les jeux de reconnaissance** : dès qu'on a identifié une catégorie d'objets de l'espace, on peut réaliser trois collections différentes qui permettent de les manipuler. D'abord il y a la collection des objets physiques, réalisés avec divers matériels. Il y a ensuite la collection des représentations sur papier de ces objets. Et il y a enfin la collection des descriptions de ces objets. Le jeu consiste à retrouver tout ou partie de ces correspondances terme à terme. On peut ainsi retrouver dans une collection d'objets matériels celui qui correspond à une description, ou alors dans une collection de description celle qui correspond à un objet. On peut également rechercher les correspondances entre une collection de solides et une collection de patrons. Il y a vraiment une infinité de variantes possibles à ces activités. La difficulté consiste à adapter l'activité au niveau des élèves.

Un plan de travail

Partir des contenus exigibles

Nous n'avons ni les compétences, ni le temps d'évaluer la pertinence de des contenus exigibles. Nous sommes donc partis des programmes pour penser l'organisation de vraies activités d'apprentissage susceptible de permettre aux élèves de construire les compétences exigées. Mais nous sommes revenus à ces mêmes programmes au moment de faire le bilan, pour évaluer la pertinence du travail effectué.

Répertorié, inventer et tester des situations

Le travail a commencé à répertorier le matériel mettant en jeu des situations où les concepts de géométrie sont présents, puis à recenser les compétences ainsi abordées. Puis, pour couvrir tous les apprentissages, à modifier du matériel existant ou à inventer un nouveau matériel. Ensuite, il a fallu construire les séquences en fonction du niveau de développement des enfants, et en respectant les temps d'apprentissage et de structuration. Il a fallu prendre un soin tout particulier à la construction des espaces de représentation associé à chaque matériel. Et enfin ces séquences ont été testées dans des conditions normales de classe, et ont été rectifiées en fonction des résultats.

Proposer des progressions sur l'école primaire

Le bilan de ce travail est la mise en cohérence de toutes ces activités dans des progressions pour les six niveaux des cycles II et III, avec toutes les modifications que cela a entraîné. C'est là seulement que l'on a pu évaluer la cohérence et l'homogénéité disciplinaire du projet, ainsi que son réalisme compte tenu des contraintes des instructions, en programmes et en horaires.

LES SITUATIONS

Vouloir donner du sens par la manipulation suppose qu'on ait à disposition un matériel permettant de traiter des situations de recherche qui doivent progressivement faire partie de la culture de la classe.

Cette partie a pour objet de présenter les situations pour en favoriser l'appropriation par les maîtres. Nous présenterons le matériel qu'il faut commander ou fabriquer, puis nous expliquerons les dispositifs de manipulation, et enfin nous présenterons les moyens de représentations afin « d'apprendre à se passer de manipuler ».

Nous avons cherché à construire des situations sur un matériel simple et peu onéreux, ce qui n'a pas été toujours facile. Nous pensons que pour les maîtres se fabriquer le matériel facilite beaucoup l'appropriation des situations. Nous avons beaucoup tâtonné, mais nous sommes arrivés à des compromis qui nous paraissent satisfaisants.

Nous expliquerons comment fonctionne le matériel, par des manipulations qui peuvent être des productions, des reproductions à l'identique ou avec transformations, avec le même matériel ou un autre.

Mais nous savons combien il est important « d'apprendre à se passer de manipuler », et donc de disposer d'espaces de représentation pour résoudre le même problème en s'étant détaché du matériel. N'ont donc été retenues que les situations auxquelles on peut associer des représentations accessibles par les élèves.

Les séquences d'apprentissages sont donc organisées dans des allers-retours entre les moments de manipulations et les moments de réflexion dans les espaces de représentation.

Enfin nous donnerons les compétences traitées dans chacune de ces situations, et la liste des séquences organisées dans des progressions de situation. Ce sont ces séquences qui seront explicitées dans la troisième partie.

La géométrie dans l'espace, les solides

La logique de la progression

Nous avons organisé le champ de l'espace en quatre domaines pour éclaircir les rapports entre les disciplines et les activités. Voici un tableau qui résume le point de vue dans lequel nous essayons de travailler.

	Spatialité	Formes éléments et des formes	Représentation globale	Patron
Domaine disciplinaire prégnant	Géographie EPS	Mathématiques	Arts plastiques	Technologie
Activité mathématique dominante	Reproduire	Décrire	Représenter	Construire

La spatialité est le rapport direct à l'espace, et c'est un des apprentissages que l'on a le plus de mal à réussir à l'école. C'est un champ qui n'est traditionnellement pas identifié comme mathématique, et pourtant c'est l'essentiel des mathématiques du cycle 1, on en trouve quelques traces en cycle 2, et c'est ensuite complètement absent des progressions de mathématique, ces notions étant traitées en géographie. Nous avons voulu au contraire que ce champ apparaisse explicitement dans les progressions de mathématique.

Il y a ensuite le champ clairement identifié comme mathématique, celui des objets du plan et de l'espace et de leurs relations. Il s'agit là d'un travail centré autour des problèmes de langage, et ces savoirs se construisent par un effort de description et d'identification.

Pour ce qui est de la représentation, la réflexion croisée avec les arts plastiques est incontournable. L'histoire de la peinture donne déjà des informations de première qualité sur les obstacles de la représentation, et sur les réponses que l'humanité a su trouver. Le cubisme par exemple a réfléchi au problème du point de vue et des faces cachées, et a répondu en proposant des plans éclatés qui permettent de reconstituer l'objet dans son ensemble. A la même époque le fauvisme réfléchissait lui au rôle des couleurs dans le rendu de l'espace. Nous avons essayé d'utiliser ces recherches pour aider les élèves à se construire une représentation plane des objets de l'espace.

Avant que la technologie ne soit colonisée par l'informatique, c'était le lieu par excellence des activités de l'espace. Les activités traditionnelles de cartonnage, mais aussi la couture ou l'astronomie apprenaient à manipuler l'espace. Mais les concepts en jeu restaient implicites, et le rôle des mathématiques est justement d'utiliser ces situations pour les expliciter. Nous avons essayé de systématiser le recours aux activités technologiques de montage-démontage-remontage pour l'apprentissage du patron.

Mais il est clair que les enjeux dépassent de beaucoup les possibilités de notre recherche. Ce n'est qu'une recherche associant des spécialistes de toutes ces disciplines qui pourrait trouver la cohérence dont le domaine de l'espace a cruellement besoin.

Les situations de l'espace

Les boîtes retournées

Problématique générale

Un consensus s'est dégagé autour de la nécessité de faire manipuler des solides aux élèves très tôt, dès le cycle I, mais le danger est grand de passer à côté d'activités vraiment mathématiques, tant la difficulté de la représentation est grande. Alors vient l'idée de travailler au cycle II sur les boîtes du commerce, parce qu'elles font partie de l'environnement des élèves, et que leurs procédés de fabrication sont facilement accessibles. Cela permet de faire fonctionner ce passage subtil du plat au relief, d'appréhender les solides par leur mise à plat.

Les boîtes mises à plat sont déjà un patron, et on obtient rapidement un procédé de fabrication d'une nouvelle boîte par traçage, rainurage et découpage en utilisant une ancienne boîte comme gabarit. Une des difficultés est que certaines faces ne sont pas du tout visibles, mélangées qu'elles sont avec les rabats. Il faut en prendre son parti.

On pourrait même envisager en prolongement un travail plus mathématique au cycle III qui consisterait à agir sur le patron pour transformer la boîte. Il suffirait d'introduire une contrainte, par exemple que la boîte soit un étui d'un objet trop grand sur une dimension.

Matériel

On fait récupérer aux élèves toutes les boîtes en carton destinées chez eux à la poubelle : boîtes de dentifrice, de médicaments, de céréales, et bien d'autres encore. L'immense majorité de ces boîtes sont des pavés, mais il y a aussi quelques autres formes plus rares, prismes et pyramides, que la classe peut s'amuser à collectionner.

Documents

Les polygones emboîtables

Problématique générale

Ce matériel est constitué de polygones - carrés, rectangles, triangles, pentagones et hexagones - munis de systèmes permettant de les solidariser. Il permet de construire des solides à partir de leurs faces. On voit donc immédiatement son intérêt dans une logique constructiviste. La découverte du matériel se fait souvent par du pavage, par un traitement à plat. Il ne faut pas partir dans cette direction, mais au contraire apprendre à faire du relief, puis à fermer les objets produits pour aboutir à une matérialisation du concept mathématique de solide.

Une fois les boîtes produites, on peut mettre en place des activités de commande par un jeu de la marchande qui permet d'interpréter le solide comme une collection de faces, ainsi que des activités classiques de description, comme le jeu du portrait.

On prend ensuite des empreintes de ces solides, et on apprend à faire correspondre le solide avec la collection de ces empreintes. C'est ainsi que l'on structure le concept de face. On réalise ensuite le « pyjama » du solide en solidarisant ces empreintes découpées.

Un autre des prolongements est la production d'un patron par la mise à plat de la boîte. Mais pour qu'ils puissent s'emboîter, ces polygones n'ont pas de « bords rectilignes ». C'est une difficulté, l'objet matériel étant différent de l'objet mathématique à construire. Il faut en prendre son parti.

Matériel

Ce matériel est commercialisé par plusieurs marques : polydrons, clixi et lokons. Ces produits sont à peu près équivalents, en qualité, et en prix.

Documents

Les pailles

Problématique générale

On a là un procédé permettant de construire des solides avec des pailles qui représentent les arêtes. Les arêtes sont elles-mêmes reliées par des rotules à chaque sommet. Une fois le concept de face construit par la prise d'empreintes au CE1, les pailles permettront de construire les concepts d'arêtes et de sommets au CE2. En effet à chaque paille correspond une arête, et à chaque rotule correspond un sommet. Ces rotules doivent avoir autant de bras que d'arêtes arrivent au sommet, c'est-à-dire 3, 4, 5 et plus rarement plus.

Matériel

Il faut des pailles à boire, si possible non coudées que l'on coupe à la bonne longueur. Pour les rotules, on peut les fabriquer en série à partir de photocopies faites sur du papier bristol et renforcées avec du plastique adhésif transparent (fiche 1). Il faut adapter la largeur des branches à la section des pailles. Les maîtres peuvent préparer les photocopies et faire découper par les élèves les rotules qu'ils ont commandées. Ce matériel existe aussi dans le commerce, mais les longueurs des pailles sont imposées, ce qui en limite beaucoup l'exploitation mathématique.

Les tétracubes

Problématique

Il nous semble fondamental d'apprendre à représenter globalement les formes de l'espace. C'est difficile certes, mais ce sont précisément ces difficultés que l'on doit vaincre pour comprendre l'espace. « Voir dans l'espace », c'est être capable de se faire des images mentales des objets de l'espace, et c'est exactement ce que l'on travaille en essayant de dessiner les solides.

Progression

1. Production et reconnaissance de tétracubes

On commence au CE1 par apprendre à assembler des cubes élémentaires pour produire de « polycubes ». On s'arrête sur les tétracubes par qu'ils sont pratiques à produire et à identifier, directement ou avec des photos prises sous différents points de vue. Après avoir produit les huit tétracubes différents, on apprend à les nommer. Des noms possibles sont : la tour, le L, le carré, le domino, la podium, le nounours, et les deux mains pour les deux derniers qui sont symétriques, et très difficiles à différencier. Ensuite on va faire des activités de reconnaissance des tétracubes à partir de photos. On travaille alors sur les rapports du su et du vu, car il faut imaginer la partie cachée du tétracube. Certaines photos prises de bout peuvent représenter plusieurs tétracubes différents, et sont donc indécidables.

2. Première représentation plane

On travaille sur de multiples photos du cube élémentaire. Il faut proposer des photos où on ne voit qu'une ou deux faces, et aussi des photos avec les deux points de vue qui nous intéressent : trois losanges égaux pour l'une, et un carré et deux parallélogrammes pour l'autre. Il faut mettre les élèves devant le paradoxe de la représentation, il faut apprendre à tromper l'œil. Pour voir des faces carrés, il faut dessiner autre chose, des losanges ou des parallélogrammes. Le travail de décomposition sur les photos permet d'identifier des quadrilatères connus. Pour cela, on peut décalquer avec du papier normal que l'on pose sur les photos, et prendre le croquis des formes. On arrive à identifier deux astuces permettant de donner l'illusion de l'espace : l'utilisation judicieuse de quadrilatères, et enfin la convention d'un code couleur qui est une conséquence des conditions habituelles d'éclairage par le haut. La face du haut est la plus claire, la face de droite est la plus foncée et la face frontale est intermédiaire. Une des possibilités est de choisir les couleurs jaunes pour la face du haut, bleu pour la face de droite et vert pour la face frontale.

Les deux représentations du cube élémentaire

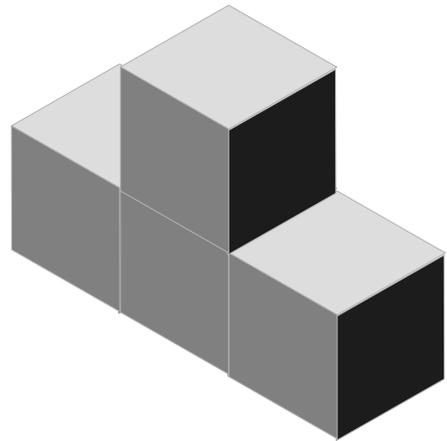
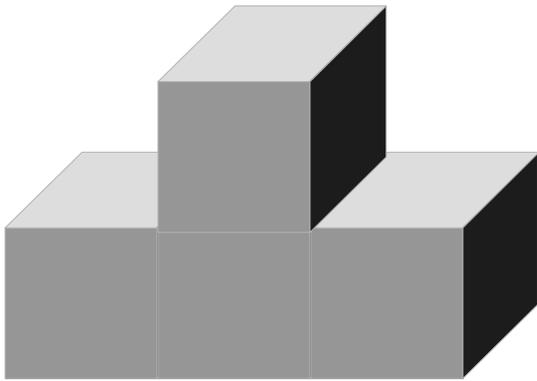


3. Représentation des tétracubes par gommettes entières

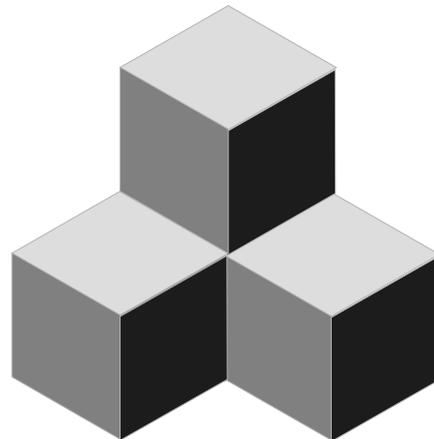
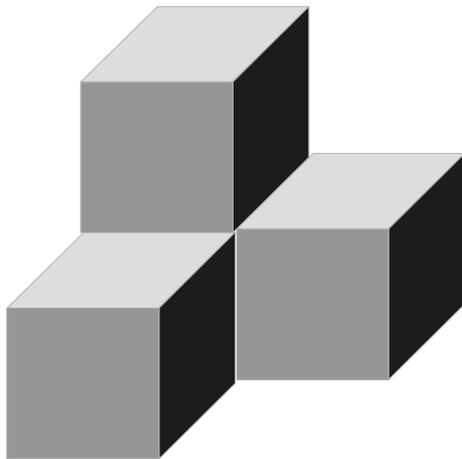
On a là une activité où on construit dans le plan des représentations d'objets de l'espace en reprenant pas à pas chacune des étapes de la construction de ces objets dans l'espace. La mémoire de la construction de l'objet de l'espace guide donc la production de la représentation. Il s'agit là du passage classique de la manipulation réelle à la manipulation pensée, étape vers la construction du concept expert –ici la représentation en perspective.

On utilise les gommettes entières identifiées dans l'activité précédente. Il convient de formuler la méthode : coller la gomme sur le quadrilatère représentant la face en contact du cube correspondant. Dans le cas du tétracube coin, le cube de départ disparaît même complètement, et les élèves sont très content de le montrer par transparence : c'est un témoin de l'histoire de la construction !

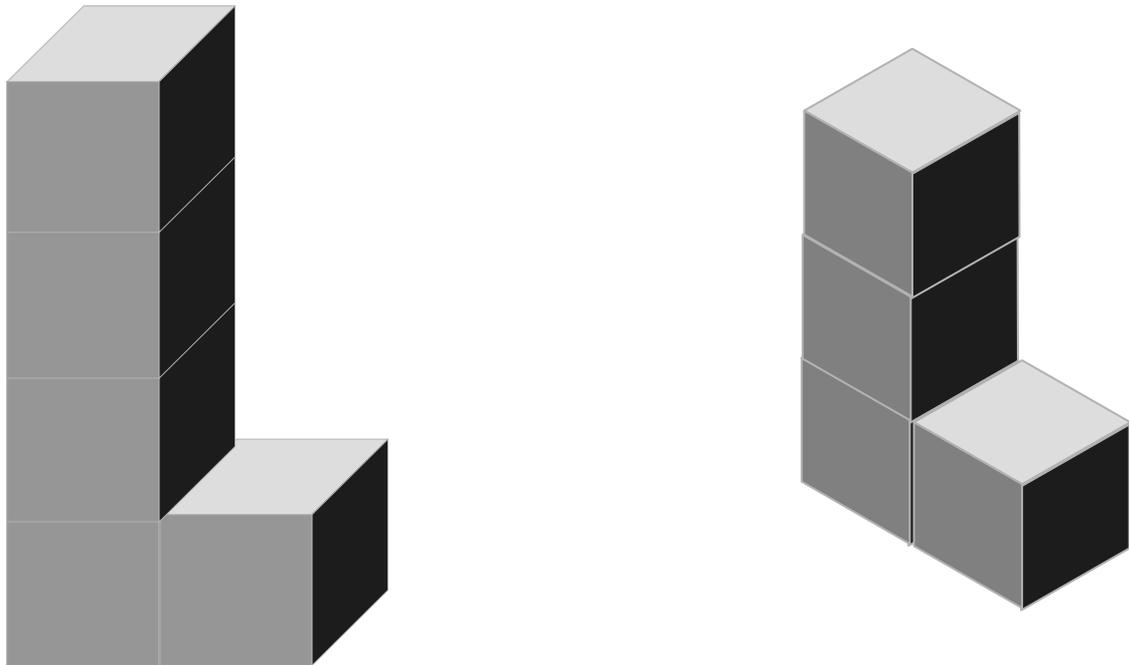
Les deux représentations du tétracube podium



Les deux représentations du tétracube coin



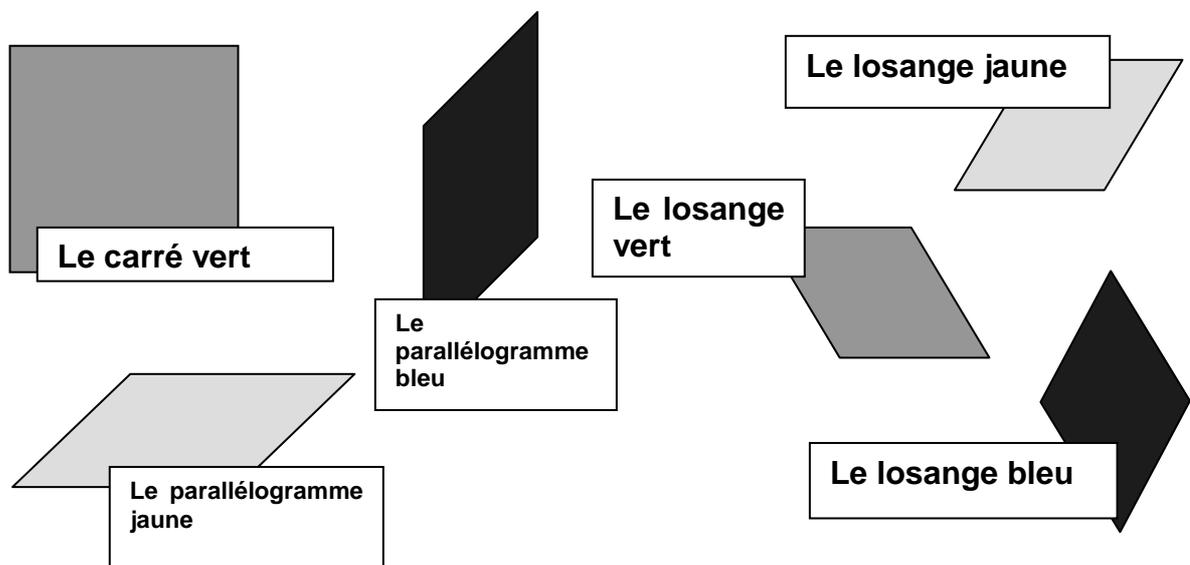
Les deux représentations du tétracube L



4. Représentation des tétracubes avec les gommettes quadrilatères

On va passer à une description plus fine en faisant commander aux élèves les gommettes élémentaires. La commande écrite se fait en analysant la représentation par gommettes entières. Cette activité est auto-validante : si la commande est erronée, on la modifie par écrit. Cette activité permet de décrire la représentation comme une figure plane, à l'aide de quadrilatères connus. Ici grâce au code couleur, l'illusion du volume est bien meilleure, et le résultat est bien plus saisissant qu'avec les gommettes entières. Quand on sait représenter les tétracubes, on élargit le travail à un nouvel assemblage constitué d'un plus grand nombre de cubes.

Les six gommettes de couleur



5. Représentation par coloriage sur papier quadrillé ou papier pointé

On va apprendre à représenter les tétracubes sans les gommettes. On fournit des quadrillages des deux sortes, orthonormé et à 60°. On commence par apprendre à représenter les cubes élémentaires par traçage et coloriage, puis on se lance dans la représentation d'un tétracube. Pour les élèves, il semble qu'il soit plus facile de travailler sur le quadrillage à 60° que sur le quadrillage orthonormé. Quand on sait représenter les tétracubes, on valide l'apprentissage par la représentation d'un nouvel assemblage fait par le maître et posé à la vue de la classe. On peut travailler également sur du papier pointé.

6. Représentation par traçage sur papier blanc

On va maintenant dessiner les tétracubes sur papier blanc. En posant la feuille sur le quadrillage, on le voit par transparence : on va s'en servir pour tracer le tétracube. En passant au traçage, la représentation perd beaucoup de son réalisme, en perdant le code couleur. Ici on se contente d'apprendre à tracer les tétracubes, le fait que les élèves les connaissent très bien permet de les « voir » quand même. On conclue en remarquant qu'il nous manque une convention pour représenter « ce qu'il y a derrière ».

7. Convention de la représentation des arêtes cachées et structuration de la représentation en perspective

C'est la dernière étape. C'est la convention des arêtes cachées en pointillé qui réussit à recréer l'illusion du volume. On va essayer d'utiliser la représentation en pailles pour décider de la convention des arêtes cachées. En projetant convenablement le solide en pailles avec le rétroprojecteur, et en traçant l'ombre sur le tableau, on va pouvoir essayer des conventions jusqu'à ce que l'œil soit satisfait. On peut aussi faire un trou dans la face de devant et demander de dessiner ce qui apparaît alors. Il s'agit aussi de s'apercevoir que c'est la représentation orthogonale qui permet le mieux de tracer les arêtes cachées. Un autre de ses avantages est que la face frontale est « grandeur nature ».

Matériel

Les cubes élémentaires en bois brut sont du matériel pédagogique que l'on trouve dans les catalogues spécialisés. On peut également se les fabriquer à moindre coût. Il suffit d'acheter chez un menuisier ou dans un supermarché de bricolage des tasseaux à base carrée de 2,5 m de longueur, et de les débiter en cube avec une scie circulaire. Il faut savoir que pour un menuisier professionnel débiter des chutes en cubes est un jeu d'enfant. Alors c'est bien le diable si on ne trouve pas un parent d'élève pour nous faire ce travail ...

On a besoin ensuite des gommettes pour les différentes reproductions. Pour cela, il faut dessiner des matrices avec des pavages de ces gommettes, puis les photocopier sur du papier de la couleur appropriée, et les découper. (fiche 4, 5, 6, 7, et 8)

Les polyminos

Problématique générale

Enfin la situation des polyminos consiste à rechercher systématiquement tous les assemblages de carrés identiques. Il s'agit d'apprendre à former de l'espace avec ces carrés élémentaires collés par des côtés qui doivent coïncider exactement. Polymino est un néologisme formé sur le modèle de domino : domino pour deux carrés, donc trimino pour trois carrés, quadrimino pour quatre carrés, quinquamino pour cinq carrés, et sexamino pour six carrés. On commence au CM1 par apprendre à assembler ces carrés : il y a un seul domino, deux triminos différents, puis cinq quatrminos. Et déjà on peut faire un tri parmi ces cinq quatrminos : certains pliés et collés avec du ruban adhésif forment un godet, et d'autres sont incapables de former de l'espace (la bande et la carré). Les quinquominos sont douze, certains forment une boîte sans couvercle, et d'autres non. Et ainsi de suite ... Parmi les nombreux sexaminos, certains sont des patrons du cube, et d'autres non. Mais d'autres sont des boîtes sans couvercle, mais avec double fond.

Matériel

On utilise des feuilles quadrillées en 3 cm sur 3 cm sur du papier fort style Bristol pour dessiner et découper les polyminos. Les fiches Bristol ont plusieurs avantages. D'abord elles sont quadrillées avec une trame de 0,5 cm, ce qui facilite beaucoup le traçage, ensuite elles ont un grammage qui permet d'utiliser la technique du rainurage pour former le carton et enfin on peut les passer à la photocopieuse. Le rainurage consiste à tracer le pli avec un stylo à bille qui n'écrit plus, sans appuyer. Le papier se plie parfaitement selon le trait en se cassant : c'est l'idéal pour former un pli régulier et irréversible.

Compétences en jeu dans les situations

Cycle 2 :

1. lire un plan de classe
2. produire un plan de classe
3. reconnaître quelques formes simples : pavé, cube, boule, cylindre
4. différencier les polyèdres des non-polyèdres
5. connaître la mise à plat d'un pavé
6. produire les empreintes d'un solide
7. associer un solide à la collection de ses faces
8. reconnaître un solide par l'empreinte de ses faces
9. construire un solide en emboîtant ses faces
10. identifier les faces d'un polyèdre

Cycle 3 :

1. produire un plan de classe à l'échelle
2. produire un plan d'école
3. coder et décoder des déplacements sur un plan, d'école
4. identifier les éléments des polyèdres : sommets, arêtes et faces
5. dénombrer les sommets, arêtes et faces d'un polyèdre
6. connaître plusieurs techniques de reproduction des solides
7. décrire un solide par les propriétés de ses faces
8. relier la collection des faces d'un solide pour en faire le patron
9. anticiper sur le patron les positions des faces
10. construire un solide simple à l'aide d'un patron
11. représenter un montage de cubes avec des représentations du cube élémentaire

Progressions

La spatialité : repérage et construction des espaces

P1 Plan de la classe (GS) On fait un premier essai de dessin de la classe pour s'apercevoir des difficultés.
P2 Plan de la classe (CP) Après avoir pris conscience des obstacles, réaliser des maquettes, et dessiner ce que l'on voit d'en haut. Puis coder et décoder des déplacements dans la classe.
P3 Plan de l'école (CE2) On décide de refaire le plan d'évacuation de l'école, parce qu'il est illisible. Présentation par les élèves de la classe du plan d'évacuation dans les autres classes.
P4 Plan communal (CM1) Lecture du plan communal. Détermination d'itinéraires. Localisation de sites sur le plan.
P5 Plan de la classe à l'échelle (CM2) Détermination d'une échelle, puis production du plan de la classe.

Les formes et les éléments des formes

S2 Collections de solides (GS) Utiliser les variables didactiques : matière, couleur, quantité pour réaliser des collections imposées.
S3 Construction de solides avec les polygones emboîtables (GS) Activités de démontage - remontage. Production de solides fermés.
S5 Collections de solides (CP) Pour réaliser des collections imposées, retrouver la forme malgré des dimensions variables.

<p>S6 Reproduction de solides faits avec des polygones emboîtables (CP) Production de solides. Reproduction des mêmes solides à partir de photos.</p>
<p>S8 Identification des polyèdres par tri de solides (CP) Présenter une collection de solides et les faire trier. Différencier ceux qui roulent de ceux qui ne roulent pas. Faire reproduire une collection en faisant varier l'ensemble référentiel.</p>
<p>S9 Jeu du portrait géométrique (CE1) Reconnaître un solide par certaines de ses propriétés, en particulier les propriétés planes des faces.</p>
<p>S12 Reproduction de solides par bon de commande (CE1) Reproduire les solides construits avec les polygones emboîtés en commandant leurs éléments dans un jeu de la marchande</p>
<p>S15 Prises d'empreintes et tableau des faces (CE1) Faire prendre des empreintes de solides sur une feuille. Reconnaître un solide par ses empreintes.</p>
<p>S16 Jeu du portrait des faces (CE2) Après avoir trié des solides, les reconnaître par les propriétés de leurs faces.</p>
<p>S17 Reproduction de solides en pailles (CE2) Décrire un solide pour commander les pailles et les rotules nécessaires à le reproduire. Production du bon de commande : pailles d'une longueur donnée, et rotules avec le bon nombre de bras. Réalisation de l'objet. Repérage des erreurs par écrit sur le bon de commande.</p>
<p>S18 Description de solides (CE2) Décrire par écrit les solides en utilisant le vocabulaire « face, arête, sommet». Echanger les fiches d'identité et reconnaître le solide.</p>
<p>S28 Prismes et pyramides (CM2) On travaille avec les polygones emboîtables : on cherche comment avec un même polygone de base on peut monter des solides fermés de deux façons différentes.</p>

La représentation globale

<p>S1 Kapla : production, reproduction et représentation (GS) S'approprier le matériel kapla, puis faire des montages avec un nombre limité de pièces, et le représenter.</p>
<p>S13 Production des tétracubes (CE1) Production des huit tétracubes. Identification et dénomination. Jeu du portrait en s'interdisant d'employer le nom. Reconnaissance sur photos.</p>
<p>S14 Reconnaissance sur photos des tétracubes (CE1) Associer un tétracube à la collection de ses photos prises de différents points de vue.</p>
<p>S23 Description plane du cube (CM1) En analysant des photos du cube, le décrire par des quadrilatères. On cherche à faire émerger deux représentations : une avec trois losanges et l'autre avec un carré et deux parallélogrammes. Convention d'un code de couleurs pour les faces.</p>
<p>S24 Représentation des tétracubes par des gommettes de cubes (CM1) Construire la représentation au même rythme que le tétracube lui-même, en utilisant les gommettes entières de cubes. Formulation de la règle de superposition. Valider par la représentation d'un polycube plus complexe, voire d'un polyèdre.</p>
<p>S25 Représentation des tétracubes par des gommettes quadrilatères (CM1) Commander la bonne quantité de gommettes nécessaires à la représentation plane des tétracubes parmi les six possibles. Faire la représentation pour valider. Réinvestir par la représentation de polyèdres plus complexe.</p>
<p>S26 Représentation des tétracubes sur feuille quadrillée (CM2) On cherche à dessiner les tétracubes en traçant et coloriant les gommettes, et ceci dans quatre cadres différents : sur un espace pointé ou sur quadrillage, et dans un réseau à 60° ou orthonormé. Valider par la représentation d'un polyèdre plus complexe.</p>
<p>S27 Représentation des tétracubes sur feuille blanche (CM2) On superpose une feuille blanche à un quadrillage, de manière à le voir par transparence, et on trace le tétracube en s'aidant du quadrillage. On refait le travail à main levée. On formule les avantages et les inconvénients.</p>

Les patrons

S4 Maison sur boîtes retournées (GS) On met à disposition des élèves des boîtes retournées, prêtes à la décoration, et une maison décorée. On demande de la reproduire à plat, sur le développement.
S7 Boîtes retournées (CP) Apprendre à retourner une boîte du commerce pour pouvoir la décorer.
S10 Décoration de boîtes retournées (CE1) Anticiper la décoration face par face d'un solide sur son développement.
S11 Construction de la boîte jumelle (CE1) Traçage d'un patron avec un développement comme gabarit, découpage, rainurage et formage.
S19 Le pyjama des solides (CE2) On va essayer de construire la boîte correspondante au solide en prenant les empreintes des faces. On peut procéder d'abord en découpant face par face, puis sans découper. Validation par production du solide en pliant selon les arêtes et en scotchant. Bilan à écrire dans le memento.
S20 Construction de boîtes sans couvercle (CM1) On va assembler des carrés jusqu'à ce que ça fasse une boîte. D'abord trois par trois, puis quatre par quatre, puis cinq par cinq. Lesquels permettent de faire des boîtes sans couvercle?
S21 Construction de dés (CM1) Même chose avec les sexaminos. Lesquels forment des boîtes fermées? Réaliser des dés. Quelle règle doit-on respecter pour dessiner les faces. Prolongement avec production d'une boîte avec double fond, puis d'une boîte sans couvercle, et avec double fond.
S22 Fabrication de boîtes de petits beurrés (CM1) Trouver toutes les manières de former un pavé avec 24 petits beurrés ? Construire les boîtes correspondantes, par exemple en emballant les gâteaux dans du papier et en prenant l'empreinte.
S29 Production d'un objet de l'espace (CM2) On va faire ce kaléïdocycle, solide merveilleux conçu par l'architecte et mathématicien hollandais M.C. Escher. On le démonte pour comprendre son organisation. Puis on identifie ses éléments, on les produit et on les solidarise pour remonter l'objet.

Les robots

Problématique générale : apprendre à décrire

Les robots sont de petits êtres composés de ronds, de carrés, de rectangles et de triangles, les formes du plan qu'on apprend à identifier globalement au cycle I, et qu'on appelle parfois les blocs logiques. Les robots ont une tête, un corps (ou tronc), des bras, des mains, des jambes et des pieds. Par analogie avec l'image du corps, les élèves apprennent à reconnaître les robots élément par élément, à les reproduire, puis à en inventer. Puis ils apprennent à les décrire, d'abord pour eux, dans « le livre du robot », puis pour un autre dans un message visant à les faire reproduire.

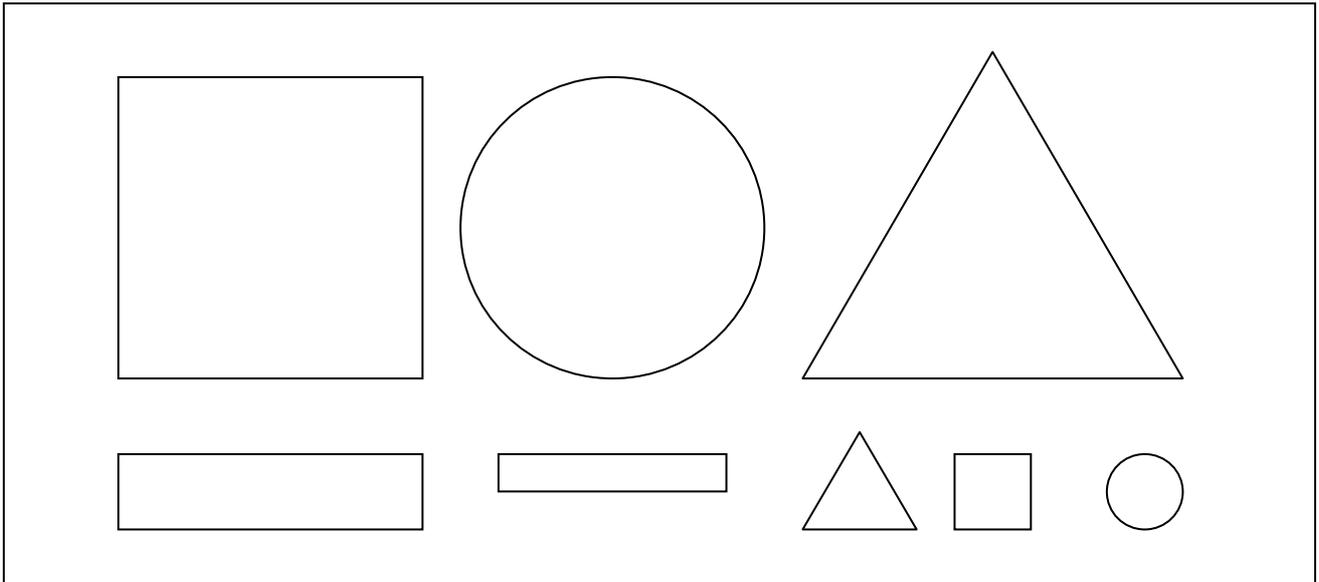
On a là une situation qui permet de « parler mathématique ». La logique de construction des savoirs en géométrie est d'apprendre à identifier globalement des objets géométriques, puis à identifier leurs éléments dans un effort de description. Apprendre à décrire est donc un objectif très important en mathématiques, parce qu'il conditionne les autres apprentissages. L'outil mathématique expert de description est le programme de construction. Mais c'est un outil complexe qu'on a abandonné au collège et au lycée à cause de sa difficulté. Il faut donc trouver autre chose. C'est ce que permet cette situation, où on peut travailler la langue dans des activités croisées de mathématique et de français.

Les robots sont un texte écrit dans une langue géométrique où les formes sont le lexique, et la façon de les agencer la syntaxe. Il y a donc un travail autour d'une langue mathématique particulière qu'est la géométrie. Et les élèves vont apprendre à utiliser ce langage en dessinant à main levée des paysages, des maisons, des tracteurs avec ces quatre blocs logiques. Mais cette activité permet aussi de produire des textes en français, dès la grande section, en utilisant les étiquettes des mots. Au CP, les élèves font reproduire leur robot par une description orale, puis par une description écrite, où ils peuvent utiliser les étiquettes si les mots leur manquent. Et en même temps on met en place le vocabulaire mathématique de position, en faisant abandonner progressivement aux élèves les mots du corps, pour ne plus décrire le robot que mathématiquement. Par exemple on dira que « le grand rond est sur le grand triangle », et non que « le tronc est un grand triangle la pointe en bas, et la tête une grosse boule » On pourra passer ensuite à la reproduction d'un objet inconnu par un message oral, puis écrit. Le tracé n'est alors plus soutenu par la connaissance d'une structure canonique, et l'utilisation du vocabulaire de localisation est alors indispensable.

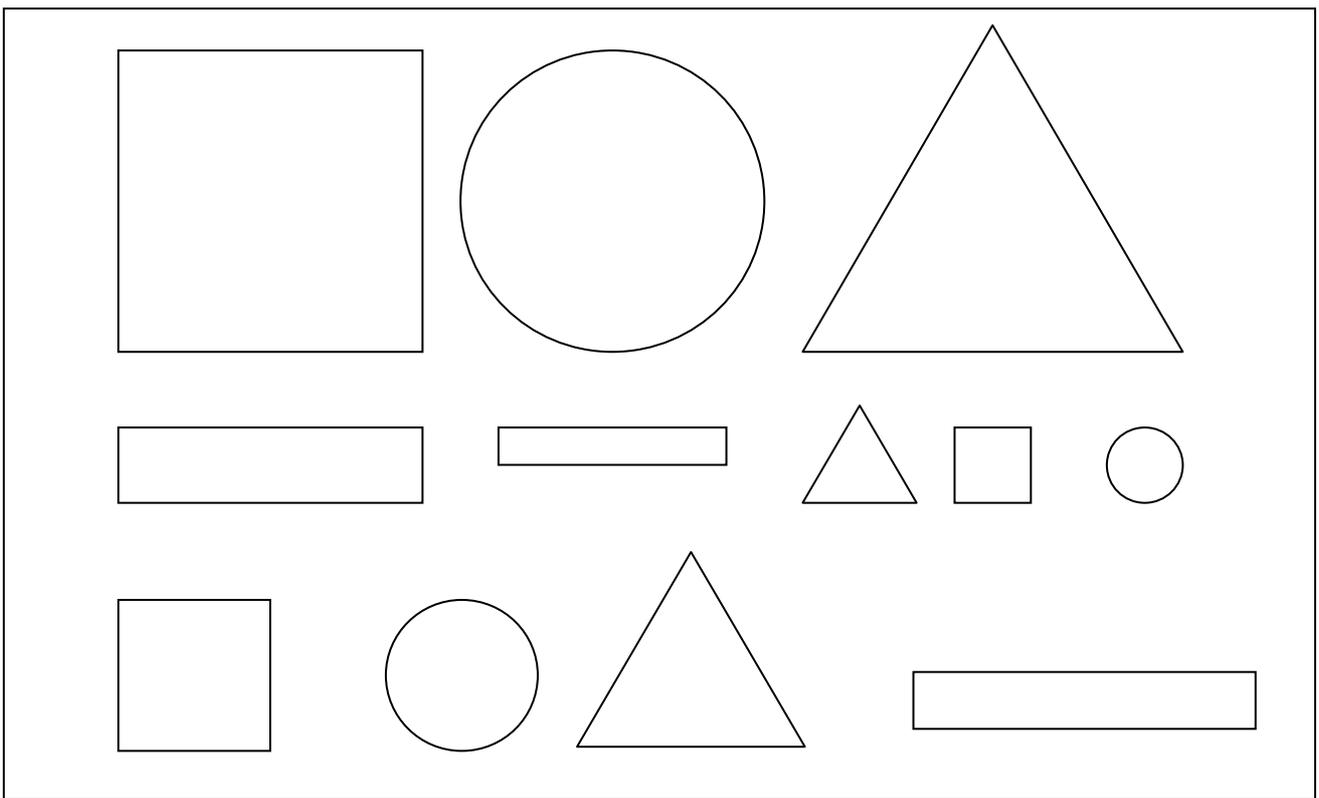
Matériel

On a besoin de gabarits et de pochoirs des quatre blocs logiques : ronds, carrés, rectangles et triangles. En deux tailles jusqu'au CP, et en trois tailles pour le CE1. Les meilleurs pochoirs sont découpés dans du plastique transparent. On peut faire des commandes groupées auprès d'entreprises de découpe par jet d'eau. On a besoin ensuite de modèle de robots, avec les descriptions correspondantes et d'histoires mettant en scène des robots, où des indications permettent de le reconstruire. Pour l'écriture, on a besoin des étiquettes des mots du corps et des formes, et de tableau de correspondance pour les reconnaître.

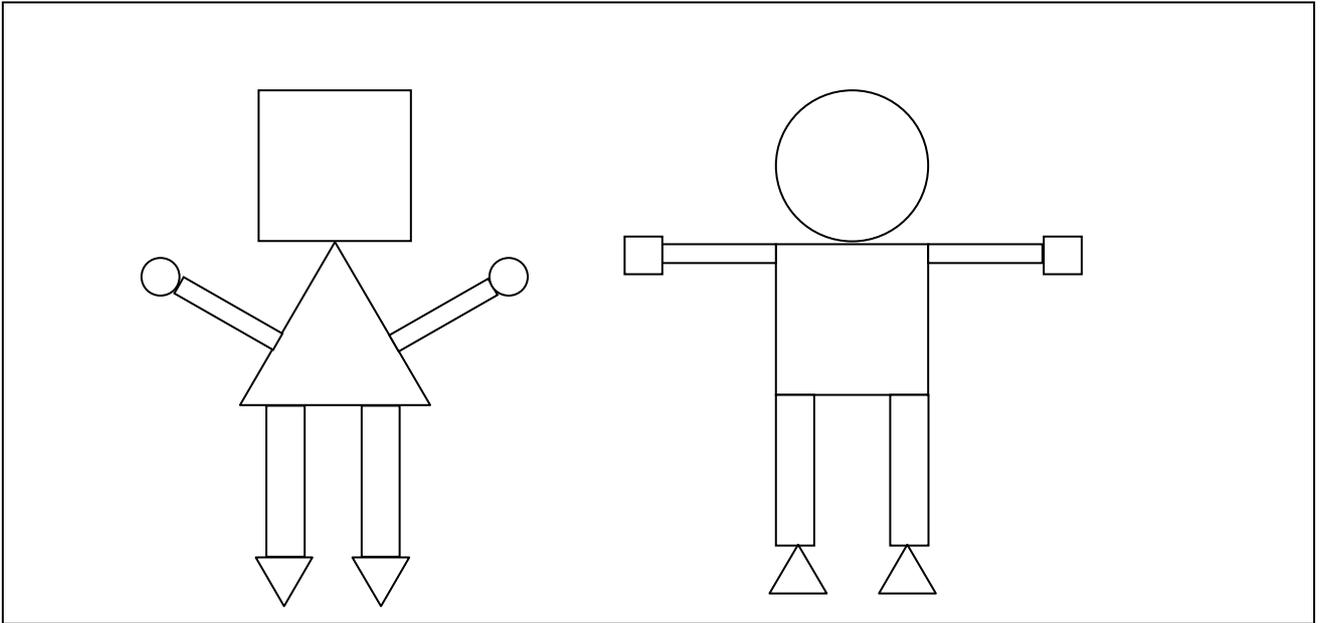
Pochoir CP



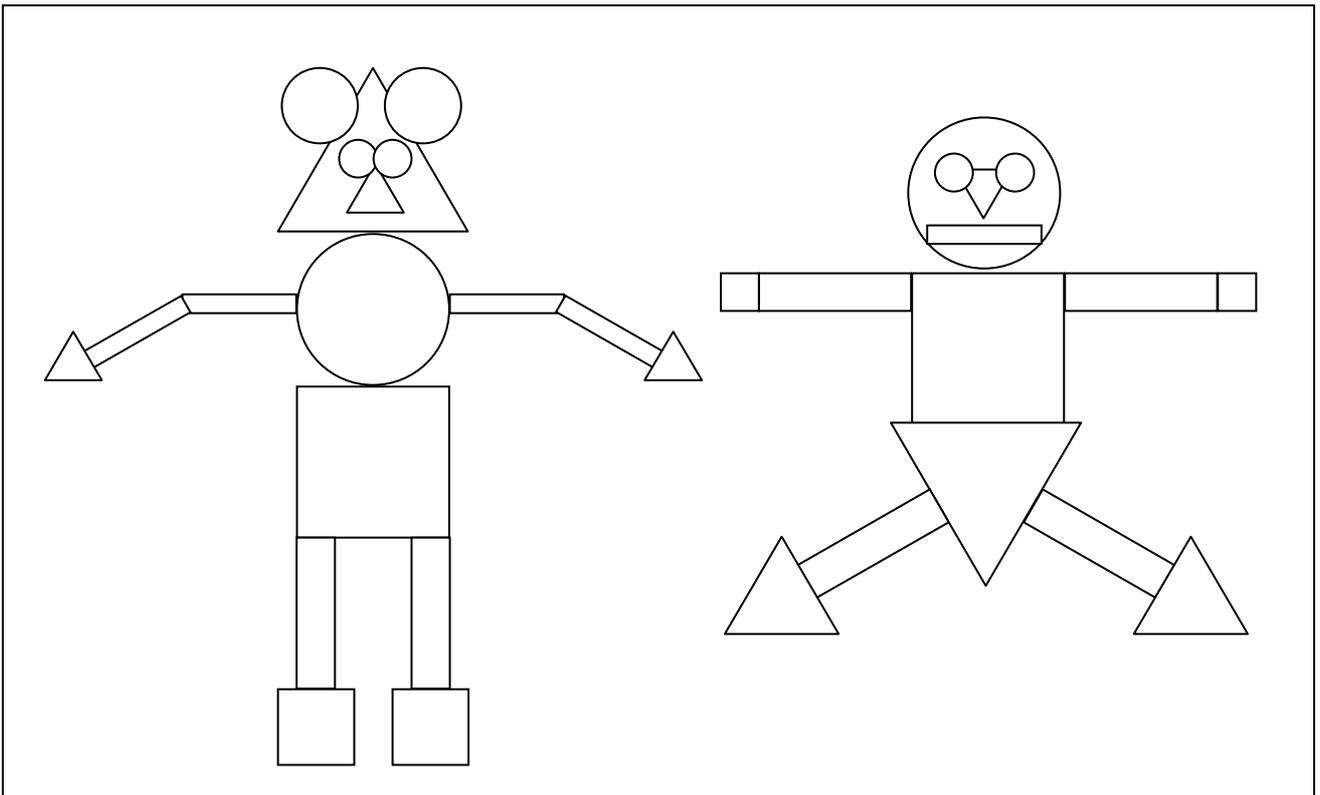
Pochoir CE1



Exemples de robots CP



Exemples de robots CE1



Compétences en jeu dans la situation

1. Connaître le vocabulaire lié aux positions relatives d'objets entre eux
2. Reconnaître les formes géométriques simples
3. Tracer une figure à partir de consignes à la règle
4. Effectuer un tracé à main levée
5. Repérer les éléments connus d'une figure
6. Agencer des figures planes
7. Décrire une forme complexe en la décomposant en formes connues
8. Décrire une figure en vue de sa construction
9. Utiliser le compas pour tracer des cercles

Progression

R1 Production de robot (GS) Produire un robot à partir d'un récit par collage de pièces géométriques.
R2 Le livre du robot (GS) Chaque élève fait un livre qui décrit son robot élément par élément.
R3 Production et reproduction de robot (CP) Produire un robot à l'aide de formes géométriques. Choisir un robot parmi des modèles et commander les pièces nécessaires pour le reproduire. Le dessiner pour l'emmener à la maison.
R4 Reproduction de robots à l'oral (CP) Nono le petit robot s'est perdu. Ses parents vont faire une déclaration à la police. Vous allez réaliser le portrait-robot nécessaire pour le retrouver.
R5 Reproduction de robot à l'écrit (CP) Inventer un robot. Puis le décrire par des phrases. Les mots peuvent être écrits ou découpés et collés.
R6 Reproduction de robot par un message mathématique (CE1) Inventer son robot. Puis le décrire par des phrases mathématiques : on interdit l'utilisation du vocabulaire corporel.
R7 Représentation de robot sur quadrillage (CE1) Dessiner un robot sur papier quadrillé en utilisant les instruments géométriques, règle et compas.

Le géoplan

Problématique générale

Le géoplan, c'est une planche à clous organisés en réseau quadrillé. En posant des élastiques autour de pointes, on produit très simplement des polygones. Il s'agit de se servir du géoplan pour chercher à résoudre des problèmes de géométrie, pas de faire avec le géoplan ce que l'on aurait pu faire aussi bien sur du papier, ou pire de traduire sur géoplan un exercice qu'on aurait déjà fait sur papier. Avec les élastiques, les figures se font très vite, et sont automatiquement parfaites. On peut ainsi essayer plusieurs solutions avant de passer à la reproduction sur papier pointé. Le passage de l'outil physique de manipulation à la représentation sur papier, qui est ici un dessin du géoplan, se fait ici très naturellement. On peut proposer une progression pour le géoplan et aussi pour l'espace de représentation. Au cycle II, on utilise un géoplan 5x5, et au cycle III des géoplans 6x8. Pour représenter sur papier les formes construites à l'élastique on commence par utiliser un cadre pointé qui est une réplique à l'échelle du géoplan. Puis un cadre pointé à une échelle réduite, et enfin un plan pointé infini.

Il y a deux sortes de formes : Les formes libres (maison, fusée, bateau, tête, oiseau, chien, etc.) et les formes géométriques, carrés, triangles, rectangles, losanges, toutes ces formes étant à structurer, et aussi d'autres en sensibilisation. Contrairement à notre opinion immédiate, Il est plus facile pour les élèves de travailler sur les formes géométriques que sur les formes libres, et utiliser le géoplan pour inventer des formes figuratives est une activité experte qui apparaît un peu pour les élèves comme une récompense du travail mathématique effectué dans la classe.

Mais le géoplan est aussi un espace cartésien installant implicitement la géométrie simplifiée du quadrillage et le repérage par un couple de coordonnées. Il y a là tout un secteur de l'activité géométrique qui prend du sens avec le géoplan, particulièrement au cycle II. Le prolongement dans un travail sur fichier est ici très naturel.

Il y a enfin l'utilisation en géométrie du géoplan comme on utilise l'ardoise dans le domaine numérique. Des séries de petits problèmes auxquels on doit répondre immédiatement avec les élastiques sur son géoplan. Avec une validation immédiate, et des activités de formulation et d'argumentation.

Matériel

On a choisi de travailler sur des géoplans de 25 clous sur un quadrillage de 5 par 5 au cycle II et sur des géoplans de 48 clous sur un quadrillage de 6 par 8 au cycle III, les deux avec des espacements de 3 cm. Mais on peut aussi imaginer des géoplans reprenant douze points équidistants du cercle pour travailler les polygones réguliers, et aussi des quadrillages non orthogonaux, à 60° par exemple.

Il faut au moins un géoplan pour deux élèves, mais dans certaines situations, il est utile d'avoir un géoplan par élève. Il est facile de construire une batterie de géoplans pour l'école.

Nous avons renoncé à les faire fabriquer par les élèves. Mais à trois ou quatre on peut fabriquer en une après-midi les géoplans pour toute une école, et c'est un matériel qui dure ... On peut les réaliser sur des planches découpées et poncées, ou sur des chutes de contreplaqué que l'on peut trouver à bas prix dans des supermarchés du bricolage. Une fois les géoplans découpés au format A4 et poncés, il suffit de fixer dessus une photocopie matérialisant les emplacements des clous, et de pointer les clous.

Il faut également des élastiques de couleur (pas jaunes, pour qu'ils puissent se voir sur le bois !) pour représenter les côtés, et des perles (ou des pailles coupées) pour identifier les sommets. Il est aussi utile de se munir de ficelle pour figurer des itinéraires ou des formes ouvertes.

Et enfin le matériel de représentation pour l'exploitation mathématique : des cadres pointés représentant le géoplan à l'échelle 1, puis en réduction, des feuilles quadrillées et des feuilles pointées.

Organisation

Toutes les activités de recherche se mènent en groupe de 2. Un problème de géométrie est posé, on cherche à le résoudre sur le géoplan, un élève réalise la figure à l'élastique ou avec les perles, puis l'autre élève traduit la forme définitive sur le plan pointé, chacun travaillant sous le contrôle de l'autre.

Documents

Compétences en jeu dans la situation

Cycle 2 :

- Repérer sur un quadrillage la position des nœuds par comptage
- Repérer sur un quadrillage la position des nœuds par leurs coordonnées
- Reproduire une figure sur un quadrillage

- Compléter sur un quadrillage une figure par symétrie axiale
- Trouver l'axe de symétrie d'une figure sur quadrillage
- Connaître, reproduire et construire des formes simples du plan (carré, rectangle, triangle)
- Manier correctement le crayon, la règle et le compas
- Maîtriser les gestes fins nécessaires à la technique du découpage
- Savoir utiliser un gabarit et un pochoir
- Effectuer des tracés à main levée
- Effectuer des tracés à la règle
- Connaître le vocabulaire géométrique : carré, rectangle, triangle, cercle, sommet, côté, parallèle, perpendiculaire, angle droit.
- Reconnaître les figures quelque soit leur taille et leur orientation

Cycle 3 :

- Savoir différencier un polygone d'un non-polygone
- Savoir compter le nombre de côtés et de sommets des polygones
- Connaître le vocabulaire géométrique : les mêmes plus losange, parallélogramme, diagonale, milieu, rayon, triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle
- Décrire une figure en vue de sa construction
- Savoir utiliser l'équerre
- Identifier les axes de symétrie d'une figure
- Identifier les figures simples dans une figure complexe
- Utiliser règle et gabarits d'angle pour reproduire quelques figures complexes
- Ranger des formes suivant leur aire par utilisation du quadrillage
- Calculer l'aire d'une forme à l'aide des carreaux du quadrillage
- Calculer l'aire du carré, du rectangle et du triangle rectangle sur quadrillage
- Calculer une aire par somme ou différence de ses éléments

Progression

<p>G1 Découverte du géoplan (GS) Reproduire, puis inventer une forme libre ou géométrique dessinée au tableau, et la traduire sur la feuille pointée.</p>
<p>G2 Décomposer une forme libre sur géoplan (CP) Faire une forme libre à choisir dans une liste, puis la décomposer en triangles, carrés et rectangles (par coloriage critérié et / ou par découpage).</p>
<p>G3 Itinéraire sur géoplan (CP) Produire à la ficelle un objet figuratif sous la dictée</p>
<p>G4 Identification du triangle (CP) Demander de construire un triangle sur géoplan, et de le traduire dans un cadre pointé. Inverser les rôles dans le binôme. Faire circuler les triangles, et écrire les remarques. Confronter les points de vue : pourquoi c'est un triangle, pourquoi ce n'est pas un triangle ? Finir par une définition provisoire.</p>
<p>G5 Structuration du tracé (CP) Comment bien reproduire la forme effectuée avec les élastiques sur le feuille pointée ? Faut-il contourner les points ou passer dessus ?</p>
<p>G6 Jeu du miroir (CP) Réaliser des déplacements en miroir sur deux géoplans. Traduire sur deux cadres pointés accolés, et valider par pliage et perçage.</p>
<p>G7 Déplacement codé sur géoplan (CE1) Produire à la ficelle un objet figuratif à l'aide d'un message écrit.</p>
<p>G8 Tracé du reflet avec géoplan (CE1) Compléter une forme par symétrie sur géoplan, puis traduire le tout sur la feuille pointée et valider par pliage. (avec un axe vertical, puis avec un axe horizontal).</p>
<p>G9 Trouver tous les carrés du géoplan (CE1) Faire différents carrés sur le géoplan 5x5 : le plus grand, le plus petit, des intermédiaires et aussi les penchés (il y en a plusieurs ...) Les ranger du plus petit au plus grand. Est-ce qu'on n'en oublie pas ? Compter les carreaux pour valider le rangement.</p>
<p>G10 Géoplan en procédé Lamartinière (tous niveaux)</p>

Réaliser sur géoplan des consignes données oralement par le maître.
G11 Repérage du triangle sur quadrillage (CE2) Inventer un triangle sur géoplan, puis la décrire pour que quelqu'un d'autre la redessine.
G12 Identification des polygones (CE2) Représenter sur un géoplan les éléments d'un puzzle dessiné sur un quadrillage grand format. Pour certains ce n'est pas possible : seuls les polygones peuvent être représentés sur un géoplan. Inventer des formes géométriques avec un seul élastique, et sans croiser. Classer les formes trouvées : ce sont les polygones. Les traduire un par un avec des perles.
G13 Faire l'image réfléchie d'une forme (CE2) Faire sur géoplan le reflet d'une forme dessinée au tableau. Traduire sur plan pointé, puis valider par pliage. (avec un axe vertical, puis horizontal)
G14 Trouver et classer tous les rectangles du géoplan (CM1) Chercher les rectangles du géoplan 6x8. On va facilement trouver tous les droits, et les mesurer. Mais il y a aussi des penchés. On va tous les trouver, puis les classer du plus petit au plus grand.
G15 Coordonnées sur géoplan (CM1) Inventer une forme simple sur géoplan. Rédiger ensuite un message expliquant comment on peut le reproduire. Echanger les messages entre deux groupes, et reproduire la forme. On analyse les codages utilisés par les messages les plus efficaces, et on se met d'accord sur une convention. On apprend à coder un polygone par ses sommets.
G16 Quadrilatères sur géoplan (CM1) Faire des quadrilatères à partir d'une diagonale, et les classer. Distinguer deux cas, quand la diagonale est horizontale, et quand elle est oblique à 45°.
G17 Calcul d'une aire quelconque sur géoplan (CM2) Choisir une forme complexe sur le géoplan 6x8, et la découper en triangles, carrés et rectangle pour calculer son aire.
G18 Abscisses et ordonnées (CM2) Consolidation des coordonnées cartésiennes. Apprentissage du codage expert des points par des lettres majuscules, et des polygones par leurs sommets.
G19 Triangles sur géoplan (CM2) Faire des triangles à partir d'une base et les classer en trois catégories, les isocèles, les rectangles et les autres. Distinguer des cas en fonction de l'orientation de la base.
G20 Le plus grand des triangles (CM2) Faire des triangles. Le plus petit, et le plus grand. Mais justement, quel est le plus grand ?

3. Séquence de classe

G11 tous niveaux : Géoplan par procédé Lamartinière	
Objectif (s) : consolider les connaissances construites en géométrie	Compétences en jeu : toutes les propriétés des formes.
Argument : faire des jeux mathématiques avec le géoplan.	
Matériel : un géoplan par élève	
Dispositif : Il s'agit d'utiliser le géoplan en géométrie un peu comme on utilise l'ardoise en calcul : le maître donne une consigne qu'il faut réaliser sur le géoplan. Et comme en calcul, il faut adapter les questions au niveau des élèves.	
Consignes possibles : <ul style="list-style-type: none">- Faire un carré, le plus petit carré, le plus grand carré, un carré sur la pointe, un carré de 4 carreaux, etc.- Faire un rectangle non carré, le plus petit, le plus grand, un penché, un de 2 carreaux, un de 6 carreaux, etc.- Faire un triangle de base horizontale, de base verticale- Faire un triangle isocèle, un triangle rectangle- Faire un très grand triangle, le plus petit triangle- Faire le plus grand triangle isocèle, le plus petit triangle isocèle- Observer une minute un tracé sur géoplan représenté au tableau, puis le refaire après qu'il ait été caché par le maître.- Reproduire en miroir une figure représentée au tableau- Faire une figure codée par ses coordonnées au tableau- Faire un triangle avec trois clous à l'intérieur<ul style="list-style-type: none">• Faire un quadrilatère avec deux côtés parallèles• Faire un quadrilatère avec deux angles droits• Faire un losange, faire le plus grand, faire le plus petit• Faire un parallélogramme, faire le plus grand, faire le plus petit• Faire un cerf-volant, faire le plus grand, faire le plus petit• Faire un pentagone• Faire un quadrilatère avec des diagonales perpendiculaires• Faire un quadrilatère avec des diagonales égales <p>Etc.</p>	
Problématique : ce sont des activités quotidiennes, équivalentes au calcul mental dans le domaine numérique. Ca sert surtout à consolider des savoirs par un entraînement raisonné, mais aussi à travailler l'argumentation. C'est au maître d'adapter la nature et la difficulté des exercices au niveau des élèves et à sa progression.	

Les mosaïques

Problématique générale

Ce matériel pratique et agréable permet de construire rapidement des configurations très gratifiantes et enthousiasme immédiatement les élèves. Les côtés étant égaux, les formes s'emboîtent parfaitement pour réaliser des pavages, mais aussi plus simplement des frises et des rosaces. Et on peut les utiliser très tôt dès le début du cycle I, sans avoir aucune compétence géométrique, car on peut commencer par identifier les formes par leur couleur.

Matériel

Il s'agit de séries de 6 polygones en bois ou en plastique selon les commercialisations (constructibles avec des allumettes, c'est-à-dire avec des côtés égaux) : un triangle équilatéral vert, un carré orange, un losange bleu avec des angles de 60° et de 120° , un losange beige avec des angles de 30° et de 150° , un trapèze isocèle rouge et un hexagone jaune. On les trouve sous le nom de « mosaïques », de « blocs géométriques », ou « d'attrimaths ».

On a besoin de gommettes des formes pour faciliter la représentation. On peut les fabriquer relativement facilement avec des matrices de pavages des différentes formes que l'on photocopie sur le papier de la couleur correspondant à la forme. A partir d'un pavage en triangles équilatéraux (fiche 9), on peut réaliser des pavages du triangle bien sûr, mais aussi du losange bleu (constitué par deux triangles), du trapèze (constitué par trois triangles) et de l'hexagone (constitué par six triangles). On produit les carrés avec la fiche 7, et le losange blanc avec la fiche 8.

Organisation

Notre travail a consisté à didactiser la situation en organisant le passage à un espace de représentation. Le premier espace utilisable est la photo. Cela permet un premier travail d'identification et de description, mais ce n'est pas l'élève qui produit la représentation. Une véritable représentation où l'élève est actif commence quand on reproduit un montage avec des gommettes qui ont les mêmes formes et les mêmes couleurs que les polygones. Le croquis qui représente la mosaïque à main levée, ou par traçage en utilisant les pièces comme gabarit en est une autre. La description, quantitative et qualitative en est un troisième.

Compétences en jeu dans la situation

Cycle 2 :

1. Reconnaître les formes géométriques simples
2. Effectuer un tracé à main levée
3. Manier correctement la règle et le crayon
4. Repérer les éléments connus d'une figure
5. Agencer des figures planes
6. Décrire une forme complexe
7. Décrire une figure en vue de sa construction
8. Savoir utiliser un gabarit
9. Comprendre l'organisation de pavage régulier
10. Poursuivre une frise en respectant un algorithme

Cycle 3 :

- Compléter une figure par symétrie axiale à l'aide de gabarit
- Identifier les axes de symétrie d'une figure complexe
- Identifier les figures simples dans une figure complexe
- Utiliser règle et gabarits d'angle pour reproduire quelques figures complexes
- Ranger des formes suivant leur aire
- Différencier la notion d'aire et de périmètre
- Calculer une aire par sommes ou par différences d'aires la composant

Progressions

M1 Réalisation de tableaux en mosaïques (GS) Réaliser de beaux dessins et une fois qu'ils sont finis appeler le maître pour qu'ils les photographie. La séance suivante retrouver la photographie de son dessin, le reconstruire, puis reconstruire celui d'un autre élève en échangeant les photos.
M2 Découverte du pavage (GS) Coller deux feuilles de couleur différentes avec du ruban adhésif double-face. Découper en plusieurs morceaux. Recoller en alternant les couleurs.
M3 Tracer des parts de tartes (GS) Après avoir fait et mangé un gâteau, tracer les quatre parts sur un disque.
M4 Compléter et reproduire un algorithme en mosaïque (GS) Compléter des frises, des pavages et des rosaces. Avec les objets, puis sur papier.
M5 Production et reproduction de mosaïques (CP) Redécouverte du matériel mosaïque : on produit des montages, puis on apprend à les reproduire de plusieurs façons.
M6 Décomposer une figure complexe en éléments simples (CP) Légènder un croquis d'une forme géométrique complexe par un coloriage critérié.
M7 Produire et reproduire des frises (CE1) Chercher des frises à deux, trois ou quatre éléments. Une fois qu'on en a trouvée une, la reproduire en utilisant les pièces en bois comme gabarit. Puis la décorer pour l'emmener chez soi.
M8 Produire des pavages et des rosaces (CE1) Faire des chemins, des serpents (vers la frise), des toits, des carrelages (vers le pavage), des assiettes, des mandalas, des vitraux (vers les rosaces).
M9 Concours (tous niveaux) Faire un concours de poisson d'avril, ou un concours de Père Noël, suivant la saison.
M10 Production et reproduction de rosaces (CM1) Inventer des rosaces, les photographier, puis les décrire quantitativement (tableau) et qualitativement (description) dans une fiche. Retrouver sa rosace avec la photo, retrouver une rosace avec la photo, retrouver une rosace avec la fiche, et critiquer les descriptions.
M11 Symétrie sur rosace (CM1) Comment garder le souvenir d'une rosace par un codage sur papier ? Quelle est la plus petite partie qui garde toute l'information et permet de la retrouver ? C'est un quart, la plupart des rosaces admettent deux axes de symétrie perpendiculaires (ou six).
M12 Classement de formes de même aire (CM1) Ranger selon la taille des figures construites avec les mêmes mosaïques. Elles ont donc la même aire. Pour les discriminer il n'y a que le périmètre.
M13 Tous les hexagones (CM2) Trouver toutes les façons de reconstituer l'hexagone régulier avec les éléments de mosaïques. Dans chaque cas chercher le nombre d'axes de symétrie. Refaire l'activité avec l'hexagone de côté double.

Tous niveaux M9 Concours : le plus beau poisson d'avril	
Objectif (s) : appropriation du matériel mosaïque.	Compétences en jeu : socialisation, créativité
Argument : réaliser un concours (poisson pour le 1 ^{er} avril, Père Noël, galette des rois ...).	
Matériel : le matériel mosaïque.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Faire réaliser des poissons (ou autre chose), et les photographier quand ils sont finis. 2. Faire voter et proclamer solennellement les résultats 3. Organiser une exposition des réalisations 	
Problématique : la motivation des élèves pour ce genre d'activités est vraiment remarquable ... C'est une activité que l'on peut envisager dans le cadre d'un projet d'école.	

Les polygones articulés

Problématique générale

Il s'agit de matérialiser des polygones (surtout des quadrilatères) avec des supports articulés. On peut matérialiser les côtés, « la carapace des polygones » mais aussi les diagonales, le « squelette des quadrilatères ».

Ce matériel présente plusieurs intérêts. D'abord c'est une matérialisation de polygones, et il peut aider à la construction en servant de gabarit. Il peut aussi se prêter à une décomposition des polygones dans un jeu de la marchande, ce qui permet la construction des concepts des éléments, côté, sommet, diagonale, angle. Mais c'est également un outil dynamique qui permet de construire les familles de quadrilatères et donc de montrer les rapports qu'il y a entre les losanges et le carré de mêmes côtés, comme entre les parallélogrammes et le rectangle de mêmes côtés. En faisant varier l'écartement, on obtient plusieurs représentations avec le même montage, et on peut donc faire émerger les invariants que aideront à construire le concept mathématique.

Après beaucoup de tâtonnements, on a trouvé une solution technique qui permet un passage immédiat à la représentation. On rappelle que sans ce passage, on ne fait pas de mathématique, mais seulement de la manipulation, et qu'on bloque la conceptualisation. On fabrique des bandes de papier de 1 cm de large dans du bristol quadrillé. On forme le polygone en plantant des punaises aux deux avant-derniers nœuds de ces bandes, et on intercale entre les polygones articulés et du carton une feuille de papier qui va être également trouée par les punaises aux emplacements des sommets. On obtient ainsi très facilement une représentation du polygone en reliant les trous des punaises. Ce résultat est un bon compromis entre plusieurs contraintes : un matériel de faible coût, facile à réaliser, et un passage immédiat à la représentation.

Matériel

On travaille avec des réglettes de carton rigide de 1 cm de large que l'on les fabrique dans du bristol quadrillé à petits carreaux que l'on a renforcé avec du plastique adhésif. On découpe donc dans ce matériel des réglettes de 1 cm en suivant le quadrillage. On a besoin aussi d'un support pour planter les punaises. Le plus simple est de les découper dans du carton d'emballage, mais en se plantant les punaises peuvent fuser, ce qui perd de la précision. Le mieux de le faire dans du revêtement de sol assez épais : on peut trouver des chutes à des prix cassés dans les magasins spécialisés.

On peut également fabriquer ces polygones avec des réglettes de métal percées de trou (de type Meccano) que l'on relie par des vis papillons. Ce matériel se trouve dans des grandes surfaces de bricolage, mais revient bien plus cher et est finalement moins pratique. Nous avons choisi de ne l'utiliser que comme traceur de parallèle.

Compétences en jeu dans la situation

1. Connaître différentes techniques de tracé
2. Connaître le vocabulaire géométrique : carré, rectangle, triangle, losange, parallélogramme, diagonale, milieu, rayon, triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle
3. Mettre en évidence des propriétés communes à plusieurs figures
4. Décrire une figure en vue de sa construction
5. Identifier les axes de symétrie d'une figure

6. Reconnaître des parallèles et des perpendiculaires
7. Tracer la parallèle à une droite par un point
8. Tracer la perpendiculaire à une droite par un point
9. Connaître les propriétés de ces figures : nombre de côtés, leurs positions relatives (perpendiculaire ou parallèle), les propriétés des diagonales

Progression

<p>Po1 Découverte des polygones articulés (CE2)</p> <p>Découverte et appropriation du matériel. Apprentissage de la représentation. Réalisation de polygones par la commande de longueurs de réglettes et de punaises.</p>
<p>Po2 Carrés et losanges (CE2)</p> <p>Produire les quadrilatères articulés à quatre côtés égaux, trois par groupe. Les découper et les afficher au tableau. Les trier en deux familles. Trouver un critère rigoureux. Bilan et écriture dans le mémento de géométrie de la définition du carré.</p>
<p>Po3 Droites perpendiculaires (CE2)</p> <p>Rechercher les caractéristiques communes des losanges et des carrés. Recenser oralement les différences et les ressemblances. Faire émerger la propriété des diagonales.</p>
<p>Po4 Rectangles et parallélogrammes (CM1)</p> <p>Fabriquer des quadrilatères à côtés égaux deux à deux. Dessiner trois quadrilatères différents par polygone articulé. Trier ces quadrilatères : les rectangles, les cerfs-volants et les parallélogrammes. Recenser les différences et les ressemblances. Bilan et écriture dans le mémento de géométrie.</p>
<p>Po5 Droites parallèles (CM1)</p> <p>Rechercher les caractéristiques communes aux rectangles et aux parallélogrammes. Faire émerger la propriété des côtés opposés. Recenser les situations éclairant différentes conceptions du parallélisme.</p>
<p>Po6 Traceur de parallèles (CM1)</p> <p>Reprendre le polygone articulé aux côtés opposés égaux. Fixer un des côtés et tracer plusieurs polygones. En déduire une méthode pour tracer la parallèle à une droite par un point.</p>
<p>Po7 Périmètre sur polygones articulés (CM1)</p> <p>Construire des polygones admettant un périmètre donné. Comparer leurs aires.</p>
<p>Po8 Quadrilatères articulés par le squelette (CM2)</p> <p>Apprendre comment on peut tracer des quadrilatères avec deux réglettes qui se croisent. Structuration du procédé de fabrication. Recherche des quadrilatères particuliers : on les obtient si les diagonales se coupent en leur milieu.</p>
<p>Po9 Quadrilatères à diagonales égales (CM2)</p> <p>Produire des quadrilatères dont les diagonales se coupent en leur milieu : les trier. On obtient les carrés et les rectangles. Ecrire sur des bandelettes des propriétés de ces figures, et les afficher au tableau. Faire un bilan dans le mémento.</p>
<p>Po10 Quadrilatères à diagonales quelconques (CM2)</p> <p>Produire des quadrilatères dont les diagonales se coupent en leur milieu : les trier. On obtient les losanges et les parallélogrammes. Ecrire sur des bandelettes des propriétés de ces figures, et les afficher au tableau. Faire un bilan dans le mémento.</p>
<p>Po11 Bandes sécantes et parallélisme</p> <p>On commence par définir les bandes. Puis on cherche à identifier l'intersection de deux d'entre elles. On en déduit de nouvelles propriétés des quadrilatères.</p>

Les rosaces

Problématique générale

Les rosaces sont un archipel du savoir où il est fascinant de s'aventurer. Il y a bien sûr la rosace à six branches qui est l'entrée obligatoire par laquelle tous les élèves du primaire sont passés au moins une fois dans leur vie. Mais il y a derrière un univers foisonnant qui va en se complexifiant.

On peut construire des rosaces sur tous les polygones réguliers Celle construite sur l'hexagone est la plus simple, parce que dans ce cas, le côté de l'hexagone est égal au rayon du cercle circonscrit. Pour les autres polygones réguliers (triangle équilatéral, carré, pentagone, octogone, voire dodécagone), il y a deux rosaces, selon que l'on travaille avec des rayons égaux au côté du polygone, ou des rayons égaux au rayon

du cercle circonscrit. Et on obtient un résultat encore plus gratifiant en superposent ces deux rosaces : la rosace « côté » et la rosace « rayon ». D'autre part toutes ces rosaces peuvent prospérer à l'infini en recommençant le tracé sur les cercles mitoyens : on obtient alors des « super-rosaces » qui pavent le plan. Un autre des aspects est l'apprentissage du compas. Ici le compas est le seul moyen de réaliser la rosace. Il s'agit donc d'apprendre à se servir d'un outil dans une situation fonctionnelle finalisée. Ce n'est que bien plus tard que les propriétés mathématiques du compas apparaîtront. L'élève découvrira lui-même la nécessité de la rigueur dans le tracé, pour que la production soit gratifiante. La pression à réaliser des tracés soigneux vient ici de l'élève lui-même, alors que bien souvent il s'agit d'une injonction extérieure, dont les raisons restent obscures aux élèves.

Il s'agit de partir de situations de dessin, où on apprend à réaliser de belles productions à l'aide des instruments de géométrie, pour découvrir progressivement le contenu mathématique sous-jacent. On commence donc par des activités de description, pour faire émerger les propriétés, puis on continue par des reproductions, pour finir dans le champ de la construction, quand on en viendra à inventer de nouvelles rosaces.

Mais une fois que les élèves se sont appropriés ces objets mathématiques par le jeu, on peut entrer dans un traitement proprement mathématique par le travail autour des « polygones inscrits dans l'hexagone ». ce sont les polygones que l'on peut tracer en utilisant tout ou partie des six sommets de l'hexagone régulier. Il y en a huit : trois triangles (un isocèle, un rectangle et un équilatéral), trois quadrilatères (un rectangle, un cerf-volant et un trapèze isocèle), un pentagone, et bien sûr l'hexagone. On va apprendre à les reconnaître, puis à les décrire. La description est facile pour plusieurs raisons. D'abord il ne sont construits qu'avec trois sortes de côtés, et quatre sortes d'angles, et ensuite ils sont tous particuliers. Enfin on va apprendre à les reproduire à l'échelle sans le cercle de départ, en se fabriquant des gabarits d'angle, et c'est la situation qui va permettre de traiter le concept d'angle.

Matériel

On a besoin du matériel classique : règle graduée et compas, et aussi de papier à fort grammage. Il faut préparer des cercles sur lesquels sont dessinés les sommets de chaque polygone régulier, pour que les élèves puissent démarrer les rosaces. Pour l'hexagone et le carré, c'est facile. Pour les autres, pentagone, octogone, ou autre, le plus simple est d'utiliser un rapporteur à 360°, et de prendre les angles au centre correspondants.

Compétences en jeu dans la situation

1. Repérer les éléments permettant de reproduire une figure
2. Décrire une figure en vue de sa construction
3. Utiliser les outils appropriés pour reproduire exactement
4. Maîtriser les gestes fins nécessaires à l'application de la technique de tracé
5. Maîtriser l'utilisation du compas
6. Utiliser règle et gabarits d'angle pour reproduire quelques figures complexes
7. Connaître le vocabulaire géométrique : carré, rectangle, triangle, losange, parallélogramme, diagonale, milieu, rayon, triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle

Progression

<p>Ro1 Rosace hexagonale (CE1)</p> <p>Présenter une rosace simple à six branches décorée au tableau. La faire décrire. Donner le croquis d'une rosace, et la faire reproduire individuellement à une autre échelle. La colorier à son goût.</p>
<p>V1 Vache-qui-rit (CE1)</p> <p>Reproduire un graphisme fait en grand au tableau. Décrire, puis prévoir un algorithme de construction</p>
<p>Ro2 Super rosace : la pendule (CE2)</p> <p>Faire la même chose avec la super rosace. Faire l'enveloppe correspondante, par exemple comme cadeau de la fête des mères.</p>
<p>Ro3 Rosace à cinq branches (CE2)</p> <p>Décrire, puis reproduire une rosace pentagonale. Se l'approprier par le coloriage.</p>
<p>Sp1 Tracer des spirales et des toiles d'araignée (CE2)</p> <p>Reproduire un graphisme fait en grand au tableau. Décrire, puis prévoir un algorithme de construction.</p>
<p>Ro4 Rosace à quatre branches (CM1)</p> <p>Reproduire une rosace sur carré. Différencier rosace centre et rosace côté. Inventer une super rosace sur carré.</p>

Ro8 Création de rosaces (CM2)

Inventer des rosaces sur polygones réguliers

Ro5 Identification et description des polygones dits « hexagonaux » (CM2)

Représenter puis recenser tous les polygones dont les sommets sont les six points de l'hexagone. Faire le portrait de ces polygones. Trouver les côtés de même longueur de ces polygones. Trouver les angles de même grandeur. Résumer tous ces résultats dans un tableau.

Ro6 Tracé d'un tableau à double entrée (CM2)

On a besoin d'un tableau pour résumer ces propriétés. Il faut calculer le nombre de lignes, le nombre de colonnes, et le tracer sur un format A4.

Ro7 Fabrication de gabarits d'angle (CM2)

Représenter ces polygones en plus grand, sans passer par le cercle. Avoir les longueur des côtés ne suffit pas, il faut aussi connaître leur écartement. Pour avoir le bon écartement, il faut construire l'empreinte des angles.

Ro9 Agrandissement de mosaïques (CM2)

On va dessiner les mosaïques en plus grand. Les côtés devront être 2,5 fois plus grand. On va donc calculer la longueur des côtés, et utiliser les gabarits pour avoir le bon écartement.

LES PROGRESSIONS PAR NIVEAU

Les apprentissages au cycle 2

Reconnaissance globale des formes de l'espace et identification de certains de leurs éléments

On organise un apprentissage de la spatialité dans des activités de production de plans, plan de classe et plan d'école. Mais cet apprentissage est intimement lié à celui de la représentation, à la maîtrise du micro-espace de la feuille de papier comme outil d'expression individuel.

L'essentiel du travail est cependant une sensibilisation aux objets de l'espace, qu'on appelle les solides, dans des manipulations nombreuses et variées. Les activités autour des boîtes retournées, du matériel de polygones emboîtables et des tétracubes permettent de mettre en place une culture de l'espace qui sera exploitée mathématiquement surtout au cycle 3.

On se fixe cependant quelques objectifs de savoirs à structurer. On apprendra à reconnaître globalement quelques formes, derrière des matériaux, des couleurs et des dimensions différentes. Le concept de face est solidement construit, à partir d'un travail sur les empreintes. Enfin le concept de patron est également travaillé de plusieurs façons, mais sans que l'on puisse encore le structurer.

Reconnaissance globale des formes du plan et identification de certains de leurs éléments

On commence par apprendre à identifier globalement quatre formes : le rond, le carré, le rectangle et le triangle. Puis en décrivant et en reproduisant ces formes, on apprendra à identifier des éléments locaux. C'est le passage de la géométrie de perception à la géométrie rationnelle de définition. On apprendra ainsi à définir sur géoplan le triangle et le carré par certaines de leurs propriétés, et on apprendra à identifier le côté à partir de la notion de « bords droits ». Par contre le sommet est encore mélangé à l'angle dans la notion de « pointe », et ce n'est qu'au CE2 qu'on sera en mesure de structurer ce concept.

Il nous paraît difficile d'engager un travail systématique sur les droites perpendiculaires et les droites parallèles au cycle 2. On se borne à reconnaître les angles droits qui sont « comme le coin de la feuille ».

La symétrie axiale

Au cycle II, il s'agit de passer du pliage réel au pliage pensé, qui s'organise par des activités de reproduction en miroir. Il n'y a presque plus de vraies activités de pliage matériel dans le tracé du symétrique. Par contre le pliage reste présent comme référence pour la prise de sens, dans la recherche de l'axe de symétrie, et comme validation.

C'est dans les situations géoplan et mosaïque que la symétrie est principalement travaillée. La discrimination avec la translation se fait sur géoplan, puis on précise le « pareil – pas pareil » de la symétrie avec des robots et des fusées fabriquées en mosaïque.

Compétences de tracé

Les compétences de tracé doivent être construites en cours d'activité, quand la nécessité s'en fait sentir, et pas dans une leçon préliminaire. Ces compétences ne peuvent s'appuyer que sur une description des gestes fins qui conditionnent la réussite. Le rôle de la main gauche (droite pour les gauchers) est fondamental. Il faut se demander où on la pose, et quel rôle elle joue. En général elle solidarise la feuille avec cet outil implicite et tellement important qu'est la table de travail. C'est pour cela qu'elle doit être posée bien à plat, et sur la feuille de papier.

Il faut également expliciter les techniques de gommage, avec la place de la main gauche, et le sens de gommage : Le mieux est de mettre la droite à gommer dans le sens vertical, c'est-à-dire perpendiculairement au corps, et d'effacer de l'extérieur vers l'intérieur.

La technique du tracé permet d'identifier le concept de point, car pour rejoindre deux points, il faut d'abord les avoir clairement localisés. Il faut comprendre que pour rejoindre deux points, il faut placer la règle au dessous des points, en jouant avec l'épaisseur de la mine de crayon.

La technique de tracé au compas nécessite une réflexion préalable sur l'outil lui-même. De nombreux exemplaires vendus dans le commerce ont une boule destinée à sécuriser la pointe seiche, mais qui la masque, obligeant à tracer au hasard. Il faut aussi veiller à ce que la technique de serrage permette facilement le réglage à une mesure donnée, mais soit assez ferme pour ne pas se dérégler en cours d'utilisation.

La démarche générale est de permettre aux élèves d'évaluer leurs productions, et de les mettre en situation de rechercher à chaque fois la technique la plus efficace. Et d'explicitier à chaque fois ces gestes fins pour que les élèves puissent les retenir.

Grande section de maternelle

L'espace

L'essentiel du travail consiste à découvrir les situations grâce auxquelles les concepts mathématiques seront construits par la suite : kapla, polygones emboîtables, boîtes retournées. Mais la découverte de ce matériel permet aussi une première sensibilisation aux objets de l'espace. Avec les kaplas on aborde une première représentation de l'espace. Avec les boîtes retournées on se sensibilise au patron, et on fera des allers-retours entre le solide formé et son développement après une mise à plat. Avec les polygones emboîtables on apprend à former de l'espace, et à le fermer « en performance ».

Enfin avec le plan de la classe on commence à appréhender globalement l'espace et on prend conscience de l'extrême difficulté à le représenter.

La seule compétence à construire est la reconnaissance globale de quelques formes : le cube, le pavé et la boule. Eventuellement on peut aussi apprendre à reconnaître le cylindre et le cône.

Le plan

Il s'agit de structurer la **reconnaissance globale** des quatre formes fondamentales du plan : le rond, le carré, le rectangle et le triangle. C'est l'objectif de fin Grande section, de manière à passer de la reconnaissance globale à la description locale aux cycles 2 et 3.

Ce sont les activités robots et mosaïque qui consolident la reconnaissance globale de ces formes au cycle 2, en particulier dans des activités de description par la commande de pièces.

Comme pour les solides, le travail avec les objets plats est surtout une découverte du matériel et des situations : robot, mosaïques, géoplan et tartes.

Dans l'activité « tartes », on se familiarise avec les problèmes de représentation, ce qui est très utile pour la suite des apprentissages.

Grande section : progression de niveau

GSM	PERIODE 1	PERIODE 2	PERIODE 3	PERIODE 4	PERIODE 5
ESPACE	S1 Kapla : production, reproduction et représentation <i>agencement de</i> <i>pièces, et approche de</i> <i>la représentation</i>	S2 Collection de solides <i>reconnaissance</i> <i>globale de formes de</i> <i>solides</i>	S3 Construction de solides avec des polygones emboîtables <i>démonter et remonter</i> <i>un solide avec ses</i> <i>faces</i>	S4 Maison sur boîtes retournées <i>sensibilisation à la</i> <i>notion de patron</i>	PI1 Plan de la classe <i>approche de la</i> <i>représentation</i>
PLAN	M1 Réalisation de tableaux en mosaïques <i>découverte du matériel</i> <i>« mosaïque »</i>	R1 Production de robot <i>montrer que les</i> <i>formes géométriques</i> <i>peuvent servir à</i> <i>représenter des objets</i>	R2 Le livre du robot <i>produire un écrit</i> <i>récapitulant les</i> <i>propriétés du robot</i>	G1 Découverte du géoplan <i>découverte et</i> <i>appropriation du</i> <i>matériel géoplan</i>	M4 Compléter et reproduire un algorithme en mosaïque <i>décoder et recoder un</i> <i>algorithme</i>
RELATION MESURE			M2 Découverte du pavage <i>apprendre à paver</i> <i>sans chevauchements</i> <i>et sans trous</i>	M3 Tracer des parts de tartes <i>apprentissage de la</i> <i>représentation ;</i> <i>sensibilisation à la</i> <i>symétrie par le pliage</i>	

GS S1 Kapla : production, reproduction et représentation	
Objectif (s) : agencement de pièces, et approche de la représentation.	Compétences en jeu : habilité manuelle. Compétences de résolution de problème.
Argument : faire des montages et les dessiner.	
Matériel : des montages réalisés avec des planchettes kapla. Des bandelettes de papier aux dimensions des différentes sections des kapla.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Faire des montages en équilibre avec un nombre limité de pièces (4, 6 ou 8). 2. Les représenter à l'aide de bandelettes, et / ou par un dessin à main levée. 3. Essayer de retrouver le montage initial avec la représentation. 	
Problématique : on a une situation que les élèves s'approprient facilement, car ça tient du jeu de construction, et on peut prolonger l'activité par une première représentation mathématique du montage, car les planchettes sont très facile à représenter de face, puisque ce sont des rectangles. Une des difficultés est que l'on ne peut représenter que des vues de face, ce qui restreint les possibilités de montages représentables.	

GS M1 Réalisation de tableaux en mosaïque	
Objectif (s) : découverte du matériel « mosaïque ».	Compétences en jeu : reconnaissance globale des formes du plan.
Prétexte : réaliser de beaux tableaux décoratifs.	
Matériel : le matériel mosaïque ; des photos de représentations gratifiantes..	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Apporter de belles photos de mosaïques, et les faire circuler. Apporter ensuite le matériel mosaïque et demander comment on peut réaliser ces dessins. Puis utilisation libre. 2. Réaliser de beaux dessins et une fois qu'ils sont finis appeler le maître pour qu'il les photographie. 3. La séance suivante retrouver son dessin avec les photographies, le reconstruire, puis reconstruire celui d'un autre élève en échangeant les photos. 	
Problématique : Il faut découvrir le matériel, en vue d'une réelle appropriation, et pour cela il faut réaliser rapidement des objets personnels assez réussis pour que l'élève ait envie de les montrer. Pour cela il faut aussi comprendre assez vite la contrainte du travail « à plat ». D'autre part l'organisation de cette séquence suppose que le maître peut faire des photos. Le polaroid serait l'idéal, si le coût était abordable. Avec des appareils classiques, cela pose aussi le problème du coût. La meilleure solution est de travailler avec un appareil numérique, et de faire le traitement informatique approprié, si l'école a les moyens de s'en équiper.	

GS S2 Collections de solides	
Objectif (s) : reconnaissance globale de formes de solides.	Compétences en jeu : savoir déterminer des critères de tri.
Argument : réaliser des collections de solides.	
Matériel : une collection de référence : des cubes, des pavés, des boules, des cylindres, des cônes, et quelques autres solides dans des matières, des dimensions et des tailles différentes. Des collections témoin, des corbeilles.	
Dispositif : les élèves doivent réaliser des collections identiques à une collection-type. <ol style="list-style-type: none"> 1. Collection-type : une boule, un cylindre, un pavé. Réaliser la même collection, des exemplaires strictement identiques étant à disposition dans la collection de référence. 2. On modifie la collection-type : on peut rajouter un cube et/ou un cône. 3. Il faut réaliser une collection, mais il n'y a plus assez d'exemplaires strictement identiques dans la collection de référence : on a fait varier certaines caractéristiques, matériau et couleur. 	
Problématique : en faisant varier certaines variables didactiques, on veut faire apparaître des invariants qui seront les caractéristiques de la forme. Un crayon à papier, une boîte de camembert et un château d'eau sont de cylindres, ce qui est impossible à reconnaître en GS. Il faut donc proposer de petites variations à partir des lesquelles les élèves peuvent reconnaître les invariants d'une forme.	

GS R1 Production de robot	
Objectif (s) : montrer que les formes géométriques peuvent être utiles pour représenter des objets.	Compétences en jeu : reconnaissance globale des formes du plan.
Prétexte : faire son propre robot.	
Matériel : des gabarits de formes : ronds, carrés, rectangles, triangles (petits et grands pour chacun). Des robots grand format. Des bons de commande.	
Dispositif : <ol style="list-style-type: none"> 1. On montre des robots grand format. On essaie de comprendre comment ils sont formés. On associe les formes aux éléments du corps : tête, tronc, bras, mains, jambes et pieds. 2. Chacun choisit un robot, remplit son bon de commande, et essaie de le reformer en collant les formes sur une feuille. 3. Chacun s'approprie le résultat en le coloriant. 4. On peut évaluer l'activité en racontant une histoire de robot où des indices permettent de le reconstituer. Les élèves doivent le construire au fur et à mesure. 	
Problématique : il s'agit d'apprendre à fabriquer des robots, à partir de l'image du corps que les élèves connaissent. Cela sert à consolider la reconnaissance des formes, à faire des correspondances entre les formes et les éléments du corps. Mais cela apprend surtout les élèves à décrire, une compétence fondamentale en mathématique.	

GS S3 Construction de solides avec des polygones emboîtables	
Objectif (s) : démonter et remonter un solide avec ses faces.	Compétences en jeu : rapport entre les objets du plan et les objets de l'espace.
Argument : apprendre à construire des boîtes.	
Matériel : le matériel de polygones emboîtables.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Distribution du matériel : « à quoi ça peut bien servir ? ». Essai d'agencement de nouvelles formes en clipsant les éléments. Discussion et confrontation des montages à plat. 2. On peut également faire des montages en relief, qui ne collent plus à la table. Observation et confrontation de ces montages. 3. On propose des montages de solides fermés : on les examine, puis on les démonte. 4. On essaie de produire des solides fermés, les mêmes ou d'autres. 5. On fait le musée des formes : on sélectionne les meilleures boîtes, on les numérote et on les expose sur une étagère. 	
Problématique : on est dans une phase de découverte. Beaucoup de compétences sont en jeu en même temps, et il est hors de question de les structurer. Il s'agit de s'approprier un matériel pour produire des solides, et de se constituer ainsi un capital d'expériences que l'on exploitera plus tard.	

GS R2 Le livre du robot												
Objectif (s) : produire un écrit récapitulatif des propriétés du robot	Compétences en jeu : structure de la phrase, reconnaissance globale des formes géométriques, reconnaissance globale des mots des formes, des couleurs et du corps											
Argument : expliquer son robot à sa famille												
Matériel : des étiquettes pour tous les mots ou éléments de phrase nécessaires. Des planches de correspondance entre les formes et les mots des formes.												
Dispositif :												
<ol style="list-style-type: none"> 1. Le maître montre le livre de son robot. Chacun devra faire aussi le livre de son robot. On analyse la structure de chaque page : sur la page de gauche, il y a une phrase du type : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">Sa</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="padding: 2px 10px;">tête</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="padding: 2px 10px;">est</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="padding: 2px 10px;">un</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="padding: 2px 10px;">grand</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="padding: 2px 10px;">rond</td> </tr> </table> <p style="margin-left: 40px;">et sur la page de droite le grand rond est collé, tracé ou dessiné</p> 2. Chaque élève commence son travail. Avant de coller, il demande l'avis du groupe. 3. Les pages sont faites progressivement. Sur la dernière page de gauche, la maîtresse écrit : « Voilà le robot de ... », et le robot est dessiné en entier sur la page de droite. 4. Comme évaluation, on peut faire dessiner à main levée aux élèves le pays des robots, « le pays où n'existent que les quatre formes géométriques. 		Sa		tête		est		un		grand		rond
Sa		tête		est		un		grand		rond		
Problématique : il s'agit là d'une activité de français qui trouve tout naturellement sa place dans cette progression mathématique. On pourrait même compléter la phrase en rajoutant une étiquette pour la couleur.												

Photos 19 à 23

GS M2 Découverte du pavage	
Objectif (s) : apprendre à paver sans chevauchements et sans trous.	Compétences en jeu : habileté manuelle.
Argument : faire des cartes postales (ou des tableaux)	
Matériel : du papier couleur, du ruban adhésif double-face, ou de la colle repositionnable.	
1. Dispositif : 2. Coller deux feuilles de couleur différentes avec du ruban adhésif double-face. 3. Dessiner des chemins d'un côté à l'autre de la feuille. Découper le long des chemins. Décoller les morceaux. 4. Recoller en alternant les couleurs. 5. Recommencer en essayant de prévoir un beau résultat.	
Problématique : là encore, on va montrer une technique qui permet de produire facilement quelque chose de gratifiant. Et en même temps on travaille sur des notions mathématiques bien qu'elles restent encore totalement implicites. Il faut augmenter progressivement le nombre de chemins, et commencer par deux chemins qui forment quatre quartiers. Une des difficultés pour réaliser le pavage est l'existence de pièces symétriques selon qu'on les prenne à l'endroit ou à l'envers. Mais une fois averti de cette difficulté, l'obstacle se lève facilement..	

GS S4 Maison sur boîtes retournées	
Objectif (s) : sensibilisation à la notion de patron.	Compétences en jeu : habileté manuelle.
Argument : faire un village avec des boîtes.	
Matériel : des boîtes en carton du commerce : corn flakes, dentifrice, médicament, etc. Il faut les préparer en les décollant, et en les retournant, mais sans les scotcher. Des exemples de boîtes décorées.	
Dispositif : 1. « Voici des boîtes, on va les décorer. Vous pouvez faire des maisons, un récup-verre, une boîte à cadeaux, ce que vous voulez. » 2. On se lance dans le travail. Un premier bilan montre qu'il faut prendre des repères sur la boîte reformée, mais que pour bien dessiner, il faut la remettre à plat. Pour s'aider, on peut colorier à la craie les murs en ocre et le toit en vert. 3. Confrontation des résultats : on essaie de comprendre les erreurs, et on peut recommencer si on veut. 4. On fait le village en ordonnant les maisons en rues ou en place.	
Problématique : on met à disposition des élèves des boîtes retournées, prêtes à la décoration. On veut qu'ils apprennent à les mettre à plat pour pouvoir dessiner et colorier convenablement la décoration. C'est pour cela qu'on leur propose les boîtes déjà retournées, mais non scotchées. A eux de s'apercevoir ou pas qu'elles ont été détournées de leur fonction première.	

GS G1 Découverte du géoplan	
Objectif (s) : découverte et appropriation du matériel géoplan.	Compétences en jeu : décodage et recodage.
Argument : apprendre à représenter des objets quotidiens.	
Matériel : un géoplan 5x5 par élève. Des modèles d'objets simples sur géoplan dessinés sur une affiche.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Présentation des affiches. Verbalisation autour de ces supports. 2. Présentation du matériel géoplan. Comment on utilise les élastiques. 3. Reproduction d'une affiche. Validation en commun. 4. Utilisation libre du géoplan. 	
Problématique : il s'agit de s'apercevoir qu'on peut représenter des objets de la vie quotidienne avec le géoplan, et qu'il y a donc un lien entre les objets de la vie et les objets géométriques.	

GS M3 Tracer des parts de tartes	
Objectif (s) : apprentissage du pliage exact.	Compétences en jeu : compétences de résolution de problème.
Argument : s'apprendre à bien découper les parts de gâteaux.	
Matériel : des disques de papier sur lesquels figure le centre, règle, crayon à papier.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. A l'occasion d'une fête, anniversaire ou autre, on est amené à partager une tarte circulaire. On pose le problème collectivement, puis on effectue le découpage, et on passe aux choses sérieuses : manger la tarte ! 2. Rappel de la séance de préparation, de partage et de dégustation du gâteau. Il faut que les parts soient égales ... On va s'entraîner sur du papier. 3. Distribution des disques : « il faut faire quatre parts, dessinez-les ». 4. Confrontation des résultats et bilan : on dit comment on fait pour partager le disque en deux, puis en quatre. 	
Problématique : là encore plusieurs compétences sont intimement liées : il y a d'une part l'apprentissage de la représentation, et d'autre part des compétences plus disciplinaires que sont les propriétés du disque. Une erreur commune est la confusion entre la feuille de papier sur laquelle on représente l'objet, et la feuille de papier qui est elle-même l'objet. En effet des élèves laisse une marge ... Ensuite il est intéressant de confronter les différentes techniques de tracé. La plupart dessinent à main levée, et ne contrôlent ni le nombre de parts, ni l'égalité des parts. L'objectif est de découvrir le pliage exact, bord à bord, et d'identifier les propriétés du pli, ici un diamètre.	

GS P1 Plan de la classe	
Objectif (s) : approche de la représentation, stabiliser une représentation individuelle.	Compétences en jeu : sensibilisation à la représentation, et construction de l'espace.
Argument : montrer la classe à ses grands-parents.	
Matériel : papier et feutres.	
Dispositif : <ol style="list-style-type: none"> 1. Dessiner la classe. Donner les indications à la maîtresse pour qu'elle légende le dessin. 2. Echanger les dessins deux à deux, et expliquez ce que ça représente. 3. Eventuellement, en refaire un de meilleure qualité. 	
Problématique : il y a là deux objectifs liés : d'abord il y l'apprentissage de la représentation, étape fondamentale dans la construction de la pensée conceptuelle, et d'autre part la construction intellectuelle de l'espace. En ce qui concerne la représentation, la première étape consiste à stabiliser une représentation individuelle. Il s'agit de faire jouer à la représentation son rôle de mémoire individuelle. Ce n'est que dans un second temps que l'on va confronter les représentations individuelles pour aller vers une représentation unique, codifiée socialement.	

GS M4 Compléter et reproduire un algorithme en mosaïque	
Objectif (s) : décoder et recoder un algorithme.	Compétences en jeu : habileté psychomotrice ; reconnaissance globale des formes.
Argument : produire de beaux dessins pour les emmener à la maison.	
Matériel : le matériel mosaïque. Des photos de frises, de pavages et de rosaces. Eventuellement les gommettes correspondantes aux formes.	
Dispositif : <ol style="list-style-type: none"> 1. Découverte des photos et du matériel. On superpose les pièces sur les photos. 2. Chacun choisit un montage, et le réalise. 3. On essaie de dessiner une frise sur papier en utilisant les pièces comme gabarit. 4. On le décore de son mieux pour l'emmener à la maison. 	
Problématique : il y a là encore de multiples compétences étroitement liées. Il faut miser sur la motivation de réaliser un travail que l'on sera fier de montrer chez soi.	

Cours préparatoire

L'espace

Les réalisations de collections approfondissent la reconnaissance globale des formes par la modification des caractéristiques, matériau, couleur, dimensions.

Mais le principal du travail consiste à améliorer l'appréhension de l'espace en organisant des allers-retours entre l'objet solide et sa mise à plat. C'est la cas avec la réalisation du plan de la classe qui nécessitera la production de maquettes.

Mais c'est aussi le cas avec les activités sur les boîtes retournées et les polygones emboîtables. Dans ces situations les élèves apprennent à former de l'espace avec du plat. Les notions sont à l'œuvre de manière encore implicite, mais leur fréquentation facilitera leur structuration ultérieure.

Le plan

En liaison avec l'apprentissage de l'écriture, les activités autour du robot travaillent la description des formes géométriques par la production de messages d'abord oraux puis écrits.

L'appropriation du géoplan permet d'engager de vraies activités de mathématiques. D'abord de consolider la reconnaissance globale des formes malgré la modification de certains aspects, puis d'identifier le côté comme le « bord droit », et de définir le triangle comme le tri-pointe ayant trois côtés. C'est la première fois que les élèves passeront d'une géométrie de perception à la géométrie rationnelle de définition par des propriétés caractéristiques.

Le travail sur géoplan permet aussi la structuration du tracé, une sensibilisation au repérage et une approche de la symétrie axiale. Le tracé apparaît comme une technique qu'il faut mettre au point pour bien découper les formes saisies sur le géoplan et reproduites sur la feuille pointée. D'autre part on se sert du géoplan pour effectuer et coder des déplacements à la ficelle sur le réseau quadrillé qui le sous-tend.

Cours préparatoire : progression de niveau

CP	PERIODE 1	PERIODE 2	PERIODE 3	PERIODE 4	PERIODE 5
ESPACE	<p>S5 Collection de solides <i>Identification des solides de l'espace</i></p>	<p>S6 Reproduction de solides faits avec des polygones emboîtables <i>s'approprier le matériel. se construire un magasin de solides</i></p>	<p>PI2 Plan de la classe <i>sensibilisation à la représentation de l'espace</i></p>	<p>S7 Boîtes retournées <i>découvrir la notion de développement</i></p>	
PLAN	<p>M5 Production et reproduction de mosaïques <i>découverte des mosaïques, et des gommettes de représentation</i></p>	<p>R3 Production et reproduction de robot <i>préparer la description ; consolidation de la reconnaissance globale des quatre formes du plan.</i></p> <p>G2 Décomposer une forme libre sur géoplan <i>Appropriation du géoplan</i></p>	<p>R4 Reproduction de robot à l'oral <i>structuration du vocabulaire de position</i></p> <p>R5 Reproduction de robot à l'écrit <i>mise en place du langage dans une situation de communication</i></p>	<p>G4 Identification du triangle <i>définir le triangle par tri avec les non-triangles. définition du côté</i></p>	<p>M6 Composition et décomposition de mosaïques <i>appréhender les propriétés de formes élémentaires et complexes</i></p>
RELATION MESURE		<p>G3 Itinéraire sur géoplan <i>sensibilisation au repérage et au vocabulaire de position</i></p>		<p>G5 Structuration du tracé <i>structurer le tracé à la règle et à main levée.</i></p>	<p>G6 Jeu du miroir <i>approche de la symétrie axiale.</i></p>

CP S5 Collections de solides	
Objectif (s) : reconnaissance globale de formes de solides.	Compétences en jeu : faire agir des critères de tri.
Argument : réaliser des collections de solides.	
Matériel : une collection de référence : des cubes, des pavés, des boules, des cylindres, des cônes, et quelques autres solides dans des matières, des dimensions et des tailles différentes. Des collections témoin, des corbeilles.	
Dispositif : les élèves doivent réaliser des collections identiques à une collection-type. <ol style="list-style-type: none"> 1. Rappel de l'activité S2 de Grande Section. 2. On modifie l'activité en jouant sur les variables didactiques : les formes et leur nombre. Enfin on modifie les dimensions des solides : la taille globale, mais aussi les dimensions relatives de chaque dimension. 	
Problématique : en faisant varier certaines variables didactiques, on veut faire apparaître des invariants qui seront les caractéristiques de la forme. Au CP, on va jouer sur les dimensions. D'abord on ne va jouer que sur la taille de l'objet, sans modifier le rapport des dimensions. Par exemple, il faudra reconnaître la boule dans la balle de ping-pong comme dans le ballon de foot. Mais on introduira aussi progressivement des variations dans le rapport des dimensions, sans aller toutefois jusqu'à des objets trop différents comme la boîte de camembert et le crayon à papier qui sont pourtant tous les deux des cylindres.	

CP M5 Production et reproduction de mosaïques	
Objectif (s) : découverte du matériel « mosaïque ».	Compétences en jeu : habileté psychomotrice, reconnaissance globale des formes du plan.
Argument : réaliser de beaux tableaux décoratifs.	
Matériel : le matériel mosaïque, et si possible un appareil à photo numérique.	
Dispositif : <ol style="list-style-type: none"> 1. Présentation du matériel. Classement et identification par la couleur et par le nom mathématique. Présentation de quelques assemblages, puis activité libre. 2. Rappel de l'activité M1 de Grande Section. 3. La séance suivante on se demande comment emmener son dessin à la maison. C'est possible de le refaire avec les gommettes. Mais il faut que le dessin ne soit pas trop complexe. On peut même faire commander les gommettes dans un jeu de la marchande. 	
Problématique : Il faut découvrir le matériel, en vue d'une réelle appropriation, et pour cela il faut réaliser rapidement des objets personnels assez réussis pour que l'élève soit content de les montrer. Pour cela il faut comprendre d'abord la contrainte du travail « à plat ». Il y a aussi un passage à la représentation par la reproduction de son dessin en mosaïque avec les gommettes.	

CP S6 Reproduction de solides faits avec des polygones emboîtables	
Objectif (s) : apprendre à utiliser les polygones emboîtables ; se construire un magasin de solides.	Compétences en jeu : compétences de résolution de problèmes, d'organisation.
Argument : se constituer un musée de formes.	
Matériel : le matériel de polygones emboîtables.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Rappel de l'activité S3 de Grande Section. On reconstitue notre musée de formes et on photographie chaque solide de plusieurs points de vue. 2. Jeu du portrait : un élève sort, et la classe choisit un solide. L'élève sorti doit deviner le solide choisi en posant des questions discriminantes. 3. Distribution des photos des boîtes. Trier la collection des photos en regroupant celles de chaque solide. Chaque groupe va travailler sur les photos d'un solide. Puis il va le reproduire. 4. Inventer d'autres solides fermés. 	
Problématique : il s'agit de comprendre comment on peut former du volume avec des formes planes. Il y a d'abord une difficulté de vocabulaire : volume, solide, espace sont des termes polysémiques. Le mieux est sans doute de parler de boîtes, même si le mot a aussi des défauts, en particulier celui de renvoyer à un objet creux privilégiant la description par les faces. Mais il a l'avantage de mettre les élèves en projet de fermer leurs montages. On commence là à travailler le point de vue : suivant l'endroit d'où on regarde le solide, on ne voit pas la même chose.	

CP R3 Production et reproduction de robot	
Objectif (s) : apprendre à décrire avec le langage mathématique.	Compétences en jeu : reconnaissance globale des formes, image du corps.
Argument : faire et faire faire des robots.	
Matériel : une histoire de robot, quatre formes en deux tailles : des ronds, des carrés, des rectangles et des triangles, des dessins de robots construits avec ces formes. Pochoirs découpés dans du carton A5 ou mieux dans du plastique transparent. Bons de commande.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Rappel de l'activité R1 de Grande Section. 2. <i>Groupe de deux</i> : un élève choisit un robot parmi des modèles et commande les pièces nécessaires à l'autre qui va les chercher. Puis ce dernier assemble le robot avec les indications de position données par le premier. 3. <i>Groupe de deux</i> : on essaie de ne faire qu'un voyage. Pour cela celui qui commande le fait par écrit. 4. <i>Individuellement</i> : une fois le robot construit avec les gabarits, pour que chacun ait un robot, on le dessine avec les gabarits ou les pochoirs ou à main levée. Chacun le colorie à son goût. 5. <i>Evaluation</i> : construire un robot à partir des formes suivant les indications données oralement par le maître. 	
Problématique : il s'agit avant tout de consolider la reconnaissance globale des formes du plan. Mais c'est aussi une première activité de communication qui demande de décrire une forme complexe composée de formes simples connues. Il faut donc travailler non pas avec le programme de construction expert qui ne peut être qu'un horizon toujours hors de portée, mais avec des descriptions spontanées qu'on va améliorer en fonction de leur efficacité, par des réécritures successives. Seule la description quantitative, où on décompose le robot en comptant combien de pièces élémentaires sont nécessaires est écrite. La description qualitative est uniquement orale. C'est elle qui devra préciser la localisation des pièces.	

CP G2 Décomposer une forme libre sur géoplan	
Objectif (s) : appropriation du géoplan ; structuration des notions de triangle, de carré et de rectangle.	Compétences en jeu : décomposition d'une figure complexe en éléments simples connus.
Argument : décomposer un objet figuratif en formes géométriques.	
Matériel : un géoplan 5x5 pour deux, des feuilles pointées, des crayons de couleur, des ciseaux. Des formes libres relativement complexes. Une légende associant des couleurs aux formes (triangle, carré, rectangle, et autres).	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Rappel de l'activité G1 de grande section. 2. <i>Groupe de deux</i> : reproduire sur le géoplan une forme libre au choix dans une collection, ou en inventer une, et la traduire sur un cadre pointé. 3. <i>Classe entière</i> : on propose des formes dessinés sur géoplan et facilement décomposables en formes simples. Il faut les colorier avec un critère mathématique ! On a préparé pour ce faire un tableau de correspondance entre formes et couleurs. Mais pour cela, il faut tracer le découpage pour retrouver les formes correspondantes aux couleurs. On peut s'aider en traçant le quadrillage qui rejoint les points du cadre ou du plan pointé. 4. <i>Bilan</i> : on pose une affiche par forme au tableau, puis on découpe les formes coloriées et on va les coller sur la bonne affiche. On écrit le nom de la forme. On essaie de décrire les trois formes en les différenciant les unes des autres. 	
Problématique : on est là dans une activité mathématique qu'il est difficile de justifier par un prétexte fonctionnel. Il s'agit de structurer trois formes géométriques, chacune dans ce qu'elles ont de commun, et dans ce qu'elles ont de différent. Le triangle par exemple peut avoir des formes très différentes. Le carré a toujours la même forme, mais est plus ou moins grand, et n'est pas toujours disposé à plat, de même que pour le rectangle. Enfin le carré est un rectangle particulier, mais ce savoir n'est pas du tout un objectif de cycle 2 !	

CP G3 Itinéraire sur géoplan	
Objectif (s) : sensibilisation au repérage et au vocabulaire de position.	Compétences en jeu : savoir analyser pour décrire. Vocabulaire d'orientation.
Argument : téléphoner son dessin.	
Matériel : le matériel géoplan. Des itinéraires simples dessinés sur géoplan (six étapes maximum), et qui n'utilise que les horizontales et les verticales, et qui ont tous le même départ.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on fixe la règle du jeu : chaque binôme tire au sort un itinéraire, un des élèves décrit oralement le trajet de la ficelle pour reproduire l'itinéraire, et l'autre doit le réaliser. 2. <i>Groupe de deux</i> : on se met au travail. Chaque binôme valide. Si c'est faux, il essaie de comprendre d'où vient l'erreur. Si c'est juste, il essaie de retenir sa méthode. 3. <i>Classe entière</i> : on recense le vocabulaire nécessaire pour réussir l'activité. 4. <i>Groupe de deux</i> : on recommence l'activité, mais la communication se fera par un message écrit. 	
Problématique : il s'agit de structurer le vocabulaire de positionnement : vers le haut, vers le bas, vers la gauche, vers la droite. Puis il faut inventer un codage capable de communiquer un déplacement. Le plus performant est sans doute le langage des flèches : \leftarrow \uparrow \rightarrow \downarrow . La difficulté est de coder les déplacements obliques. On préfère donc exclure l'emploi des obliques.	

CP P2 Plan de la classe	
Objectif (s) : sensibilisation à la représentation de l'espace.	Compétences en jeu : appréhension de l'espace.
Argument : expliquer à une cousine d'Alsace l'organisation de la classe.	
Matériel : pour la maquette socle en carton, tables, bureaux, armoires en carton plume. Des feuilles A3 où les murs de la classe sont dessinés.	
Dispositif : <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Individuellement</i> : « On va dessiner la classe sur une feuille de papier. Il faut pouvoir voir tout ». 2. <i>Classe entière</i> : on affiche les dessins, et on les critique collectivement. « Qu'est-ce qui va, et qu'est-ce qui ne va pas ? ». 3. <i>Classe entière</i> : pour y voir plus clair, on va faire des maquettes (2 ou 3 pour la classe). 4. <i>Groupe de deux</i> : « Vous allez faire le dessin de la classe vue d'en haut. Vous pouvez vous aider de la maquette ». 5. <i>Classe entière</i> : validation : on refait le plan au tableau. Quelles sont les règles que l'on doit respecter pour que ça marche ? On fait un plan définitif en commun que l'on photocopie pour tous. 6. <i>Individuellement</i> : on code et décode sur le plan des éléments, tables ou chaises de la classe réelle. Ensuite on code sur le plan un déplacement réel, puis on effectue un déplacement codé sur un plan. 7. <i>Prolongement</i> : on réinvestit ce que l'on vient d'apprendre dans la production du plan de la BCD, de la cour ou du gymnase. 	
Problématique : la principale difficulté est de passer de la représentation de micros espaces à la représentation du méso espace. Les élèves savent représenter des objets isolés, des tables, des chaises, des armoires, mais pas les représenter tous à la fois avec un point de vue unique. C'est d'ailleurs un obstacle épistémologique majeur que l'humanité n'a été capable de résoudre que très récemment, avec l'invention de la perspective. Pour arriver à la représentation conventionnelle il faut adopter un point de vue unique sur tous les objets qui n'est pas celui de la perspective : la vue de dessus, en se mettant à l'infini, c'est-à-dire très haut. C'est la maquette qui aide à prendre ce recul.	

Documents : tables, chaises, armoire, plan de la classe (à faire).

CP R4 Reproduction de robot à l'oral	
Objectif (s) : structuration du vocabulaire de position (à droite, à gauche, au dessus, au dessous).	Compétences en jeu : reconnaissance globale des formes.
Argument : dessiner des robots, les reconnaître et communiquer à leur propos.	
Matériel : gabarits et pochoirs (triangles, ronds, carrés et rectangles en deux tailles).	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : dessiner un robot avec des pochoirs à partir d'une description orale faite par le maître. 2. <i>Individuellement</i> : inventer un robot en le représentant avec des gabarits ou des pochoirs. 3. <i>Groupe de deux</i> : les élèves se mettent face à face, l'élève émetteur lit son robot posé verticalement dans une chemise relevée. Il le décrit avec des termes mathématiques à son vis-à-vis pour qu'il le reproduise. Confrontation des deux robots. Analyse des erreurs. Formulation des difficultés. 4. <i>Classe entière</i> : verbalisation du vocabulaire de position. Evaluation par des exercices sur fichier. 	
Problématique : là on commence vraiment la description dans une activité orale. L'analogie avec le corps permet dans un premier temps de réussir l'activité sans les compétences de repérage. Puis on essaie de remplacer progressivement l'utilisation du vocabulaire corporel par le vocabulaire mathématique.	

CP R5 Reproduction de robot à l'écrit	
Objectif (s) : mise en place du langage dans une situation de communication.	Compétences en jeu : reconnaissance globale des formes.
Argument : faire reproduire son robot par un autre.	
Matériel : le pochoir des formes, les étiquettes des mots.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Individuellement</i> : chaque élève produit son robot. Il doit écrire un message pour qu'un autre élève le reproduise. 2. <i>Classe entière</i> : on se met d'accord sur la forme du message : cinq phrases sur un modèle fixe. On peut écrire les mots ou utiliser les étiquettes. 3. <i>Groupe de deux</i> : chacun produit son message, puis l'échange avec l'autre élève, et essaie de reconstituer le robot avec le pochoir. 4. <i>Groupe de deux</i> : quand c'est fini, on compare les robots. S'il y a des erreurs, on retourne au texte pour voir qui s'est trompé. 	
Problématique : c'est une activité de maîtrise de la langue. C'est une situation idéale pour produire un texte. La difficulté est donc d'articuler les objectifs mathématiques et les objectifs de français.	

CP S7 Boîtes retournées

Objectif (s) : découvrir la notion de patron.

Compétences en jeu : passer du plan à l'espace et réciproquement. Habileté manuelle.

Argument : faire un village de maisons.

Matériel : des boîtes en carton du commerce. Une boîte démontée, retournée et reconstruite.

Dispositif :

1. *Classe entière* : présenter une boîte reconstruite et décorée. La démonter et montrer son allure originelle. Mise en projet de démontage et remontage. Verbaliser des procédures de démontage et de retournement. S'interdire de se servir des ciseaux. Apprendre à décoller et à ne pas déchirer.
2. *Groupe de deux* : démontage effectif. Chercher les zones de collage. Verbaliser la différence entre face et languette. Remonter la boîte à l'envers en rendant invisible les faces imprimées.
3. *Classe entière* : on fait circuler les boîtes pour être sûr qu'elles sont bien fermées. Le maître représente les boîtes décorées. On fait des esquisses des portes et des fenêtres, pour pouvoir dessiner à plat, après avoir redémonté la boîte.
4. *Groupe de deux* : décorer la maison : portes, fenêtres, toiture, etc. Fermer avec du ruban adhésif.
5. *Classe entière* : agencer les maisons pour faire le village. Eventuellement décider collectivement d'améliorations.
6. *Prolongement* : on organise un concours de village. Pour garder sa mémoire, on dessine l'emprise au sol des maisons sur une affiche. Puis on dessine les rues, par exemple pour distribuer le courrier. On déplace le village, chacun transportant sa maison et on fait le concours. On pourra ensuite utiliser ce dessin pour travailler le plan de village.

Problématique : il s'agit d'opérationnaliser les rapports du plan et de l'espace en montrant qu'une boîte en carton peut se mettre à plat dans un développement que l'on peut découper dans une plaque. Une des difficultés est la gestion des languettes et rabats que le concept mathématique ignore. Il faut donc très tôt discriminer entre les deux sortes de surface que sont les faces et les languettes. Cette activité est abordable en cycle II parce que l'on ne travaille qu'avec des pavés, dont toutes les faces sont des rectangles, et qui ont presque toutes le même patron. D'autre part cette activité se situe dans une progression classique de construction d'un outil mathématique, ici le patron. D'abord on apprend à faire fonctionner un outil proposé tout prêt, puis on le déconstruit pour le reconstruire, et enfin on le construit ex-nihilo.

CP G4 Identification du triangle	
Objectif (s) : définir le triangle par discrimination avec les non-triangles. Définition du côté.	Compétences en jeu : reconnaissance globale du triangle.
Argument : bien comprendre ce que c'est qu'un triangle.	
Matériel : un géoplan 5x5 pour deux ; des cadres pointés.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> <i>Groupe de deux</i> : construire un triangle sur géoplan, et le traduire dans un cadre pointé. Inverser les rôles dans le binôme. Colorier le triangle et le découper. Fixer tous les triangles au tableau avec des aimants. <i>Classe entière</i> : se rassembler devant le tableau et confronter les points de vue : quels sont les formes qu'il faut éliminer ? Pourquoi une forme est un triangle, pourquoi une forme n'est pas un triangle ? <i>Classe entière</i> : écrire la définition spontanée du triangle dans le memento, par exemple « une forme qui a trois pointes et trois bords droits ». 	
<p>Problématique : certains élèves appellent les triangles des « pointus ». Or les pointes s'identifient d'autant mieux qu'elles sont pointues, c'est-à-dire aiguës. C'est donc l'étude du triangle qui permet d'identifier le mieux les angles et ensuite les sommets. Car la moyenne des angles du triangle est $180 : 3 = 60^\circ$, alors que la moyenne des angles d'un quadrilatère est de $360 : 4 = 90^\circ$. On commence donc à identifier le triangle par une notion immédiate, la pointe qu'il faudra mathématiser dans l'apprentissage par le concept de sommet et de côté.</p> <p>Le travail passera par l'étude du quadrilatère concave qui est un autre « trois-pointes », mais avec quatre côtés, et des quasi-triangles, où une pointe, généralement celle du haut n'est pas rectiligne.</p> <p>Ici se pose le problème du vocabulaire provisoire. En CP, si on impose le vocabulaire expert « sommet et côté » avant que les concepts correspondants aient été identifiés, on compromet certainement la construction future de ces concepts. La notion de pointe semble bien adaptée au niveau de précision atteint par les élèves. Parler de « pointe » montre qu'on est passé à la description locale, mais dans un préconception provisoire qui mélangent les concepts de sommet et d'angle. Utiliser ce nom est donc justifié car il correspond à ce que les élèves ont identifié, sans compromettre la clarification ultérieure en sommet et angle. Pour le concept de côté, les élèves parlent assez facilement de « bords qui doivent être droits ». Comme il n'y a qu'un concept expert correspondant à cette notion, il convient ici de proposer le nom de côté pour signifier justement que le bord est droit.</p>	

Dessins page 77 (à réorganiser)

CP G5 Structuration du tracé	
Objectif (s) : structurer le tracé à la règle et à main levée.	Compétences en jeu : habileté manuelle.
Argument : bien dessiner sur la feuille pointée les formes inventées sur le géoplan, pour pouvoir les découper.	
Matériel : géoplan, règle et crayon à papier bien aiguisé.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> <i>Classe entière</i> : pour pouvoir bien découper la forme faite avec les élastiques, il faut la reproduire avec précision. Comment faut-il s'y prendre ? Il faut en particulier donner des réponses aux questions suivantes : faut-il tracer à la main, ou tracer à la règle ? Faut-il contourner les points ou passer dessus ? Si on utilise la règle, où faut-il placer la règle ? Faut-il tenir le stylo droit ou penché ? Chacun propose sa stratégie. <i>Individuellement</i> : chacun fait un tracé en utilisant sa méthode. On compare les tracés en les faisant circuler. <i>Classe entière</i> : on vote pour le meilleur tracé. On en déduit la meilleure méthode que l'on apprend. 	
<p>Problématique : le tracé est une des rares compétences de géométrie à structurer en cycle 2. La plupart des manuels propose une activité très directive où le maître montre comment on doit faire quelque chose qui n'a aucun sens pour les élèves. En effet l'utilité de bien tracer un segment en général est rien moins qu'évidente ! Ici on présente cet apprentissage en situation dans une activité décrochée.</p> <p>Un des enjeux est ici de traiter le problème des conventions. Il y a ici une convention de tracé qui doit refuser le réalisme de l'élastique qui fait le tour du clou. Il faut donc accepter de faire comme si on pouvait traverser le clou avec l'élastique. La représentation a sa propre logique qui n'est pas la logique de l'activité technologique.</p>	

CP M6 Composition et décomposition de mosaïques	
Objectif (s) : appréhender propriétés des formes, utiliser des algorithmes.	Compétences en jeu : maîtrise du tracé.
Argument : emporter à la maison de beaux dessins.	
Matériel : le matériel mosaïque. Des photos ou des dessins de frises, pavages et rosaces. Des ébauches de dessins à la bonne échelle de frises, de pavages et de rosaces.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Rappel de l'activité M1 de grande section. 2. <i>Classe entière</i> : présentation des photos de frises, pavages et rosaces. Pour les pavages, il faut prévoir un espace limité (A5 maximum). Il faut remarquer que ces dessins sont réalisés avec le matériel mosaïque. On réfléchit comment on va les réaliser à partir des ébauches. 3. <i>Individuellement</i> : chacun choisit l'ébauche correspondant au dessin qu'il a choisi, et le réalise avec les mosaïques. On peut en faire des photos. 4. <i>Individuellement</i> : chacun complète l'ébauche en utilisant les mosaïques comme gabarit, et colorie son dessin pour le montrer à sa famille. 	
Problématique : cette activité initie au passage à la représentation. On ne peut pas emmener les mosaïques à la maison. Il faut donc garder la mémoire de l'assemblage par un dessin où on se servira des mosaïques comme de gabarits.	

CP G6 Jeu du miroir	
Objectif (s) : sens de la symétrie axiale.	Compétences en jeu : maîtrise du géoplan et du quadrillage.
Argument : construire le reflet d'une figure dans une glace.	
Matériel : un géoplan 5x5 par élève, des ficelles. Des photocopies de cadres pointés 5x5 accolés par le bord vertical.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : présentation de l'activité : il faut se déplacer en miroir sur géoplan. Chaque élève a son géoplan, et une ficelle. Le jeu se joue à deux, et les deux joueurs doivent être assis à la même table, l'un à côté de l'autre. On fixe un point de départ pour la ficelle sur le géoplan. 2. <i>Classe entière</i> : on simule des parties au tableau sur des grandes affiches. Le premier joueur fait un déplacement jusqu'à une autre pointe. Le deuxième doit faire le déplacement en miroir. 3. <i>Groupe de deux</i> : quand tout le monde a compris, on joue deux par deux. On doit revenir au départ après un nombre défini d'étapes (trois, quatre ou cinq). Quand c'est fini, on traduit sur le double cadre pointé, chacun dans le sien, et on plie pour valider. 4. En prolongement et évaluation, des exercices classiques sur fichier sont les bienvenus ... 	
Problématique : dans la symétrie une des difficultés est de discriminer le « pareil » de la symétrie du « pareil » de la translation. D'où l'idée de travailler uniquement le renversement en oubliant un l'instant le rôle de l'axe de symétrie. On peut imaginer aussi un exercice où chaque élève de sa place doit reproduire en miroir un dessin fait au tableau sur géoplan.	

Cours élémentaire 1^{ère} année

L'espace

Il y a encore un dosage délicat entre sensibilisation et structuration. On se sensibilise à l'espace par l'appropriation de situations où les élèves prennent du sens en manipulant : production d'objets de l'espace, reproduction à l'identique ou avec modification, avec le même matériel ou avec un matériel différent, tout ceci étant rythmé par des phases de description. Et on structure quelques savoirs fondamentaux sur lesquels seront organisés les apprentissages suivants.

Parmi les domaines de sensibilisation, on apprend à identifier les tétracubes puis à les reconnaître sur photos, avec un travail implicite sur le point de vue. C'est une façon de travailler les rapports du « su » et du « vu ». Il faut apprendre à voir dans sa tête bien plus que ce que l'on voit réellement avec ses yeux.

On continue de travailler le patron dans la situation des boîtes retournées. Il s'agit encore d'une sensibilisation, mais on réussit quand même à produire une nouvelle boîte, la boîte jumelle d'une boîte retournée en se servant du développement comme gabarit.

Parmi les savoirs à structurer, on apprend à discriminer les polyèdres et les non-polyèdres, ce qui est fondamental pour identifier le concept de face. Il y a une face quand « ça ne roule pas », quand c'est plat. On structure donc le concept de face, que l'on travaille aussi par la prise d'empreintes, puis à la mode des cubistes, on représente le solide par la collection de ses faces, dans la vision éclatée du tableau des faces.

Le plan

On prolonge le travail sur les robots par des descriptions purement mathématiques, toujours dans le projet de le faire reproduire par d'autres élèves. C'est évidemment toujours dans des situations de communication réelle que le langage se construit le mieux.

Il y a bien sûr les activités avec le géoplan, et cette fois dans plusieurs directions : la structuration du carré et la sensibilisation à la mesure d'aire dans la séquence de recherche systématique de tous les carrés du géoplan, et le repérage par des activités de déplacement codé.

On structure enfin le concept d'angle droit, ce qui est un premier pas vers les concepts d'angle et de perpendiculaire qui seront construits au cycle 3.

Relation, mesure, transformation

Les activités avec le matériel mosaïque permettent de travailler les algorithmes tout en produisant des objets gratifiants, frises et rosaces. Mais aussi de structurer des savoir-faire fondamentaux. C'est ainsi, dans des activités fonctionnelles et gratifiantes, que les instruments de géométrie prennent tout leur sens. Maîtriser l'utilisation de la règle et du compas n'est plus une contrainte scolaire, mais le meilleur moyen de produire des objets gratifiants.

Le tracé est également travaillé dans la situation « vache-qui-rit », où on met en place pour la première fois une activité de reproduction. Pour reproduire une figure dessinée au tableau, il est nécessaire de l'analyser, de repérer les éléments de base de sa structure, puis de prévoir un ordre de construction à partir de ces éléments de base. On aborde aussi la reproduction de la rosace à six branches, dans une situation qui prendra une grande importance au cycle 3.

On travaille enfin la symétrie jusqu'à la structuration du tracé du symétrique dans le cas simple du quadrillage.

Cours élémentaire première année : progression de niveau

CE1	PERIODE 1	PERIODE 2	PERIODE 3	PERIODE 4	PERIODE 5
ESPACE	<p>S8 Identification des polyèdres par tri de solides <i>discriminer les polyèdres des non polyèdres</i></p> <p>S9 Jeu du portrait géométrique <i>apprendre à décrire les solides</i></p>	<p>S10 Décoration de boîtes retournées <i>développer une boîte pour préparer à la notion de patron</i></p> <p>S11 Construction de la boîte jumelle <i>produire une boîte avec un développement</i></p>	<p>S12 Reproduction de solides par bon de commande <i>apprendre à décrire un solide par ses éléments</i></p>	<p>S13 Production des tétracubes <i>identifier les huit tétracubes</i></p> <p>S14 Reconnaissance sur photos des tétracubes <i>apprendre à reconnaître les tétracubes sous différents points de vue</i></p>	<p>S15 Prise d'empreintes et tableau des faces <i>apprendre à décrire les solides par leurs faces</i></p>
	<p>M7 Algorithme sur mosaïque: les frises <i>mettre en place les procédures de réalisations de frises</i></p> <p>M8 Algorithme sur mosaïque : les rosaces <i>structurer le tracé sur gabarit</i></p>	<p>R6 Reproduction de robot par message mathématique <i>description sans les mots du corps</i></p> <p>R7 Représentation de robot sur quadrillage <i>apprendre à représenter des formes du plan sur quadrillage</i></p>	<p>Ro1 Rosace hexagonale <i>sensibilisation à la construction au compas. montrer l'intérêt du soin apporté au travail.</i></p>	<p>G9 Trouver tous les carrés du géoplan <i>caractérisation du carré et approche de la mesure</i></p>	<p>V1 Vache-qui-rit <i>travailler le tracé dans une situation fonctionnelle</i></p>
RELATION MESURE		<p>G7 Déplacement codé sur géoplan <i>se sensibiliser aux problèmes de repérage</i></p>	<p>G8 Tracé du reflet avec géoplan <i>structuration de la symétrie axiale sur quadrillage</i></p>		

CE1 S8 Identification des polyèdres par tri de solides

Objectif (s) : identification des solides de l'espace à des figures géométriques. Identification des polyèdres.

Compétences en jeu : repérage dans l'espace.

Argument : classer des solides pour retrouver les formes.

Matériel : une collection de solides, boîtes du commerce et matériel pédagogique. Une quinzaine de boîtes est une bonne quantité. Il faut une balle, des cônes, des cylindres, des pavés, des pyramides et différents prismes.

Dispositif :

1. *Classe entière* : découverte collective des boîtes. On va faire un classement mathématique de ces boîtes. On essaie d'anticiper sur les critères de classement.
2. *Groupe de trois* : on rédige une affiche où on regroupe les boîtes en diverses catégories, et on donne un nom à chaque à chaque catégorie.
3. *Classe entière* : on analyse collectivement les affiches, et on fait un bilan faisant émerger le critère principal : ceux qui roulent, et ceux qui ne roulent pas..

Problématique : l'objectif est d'identifier une différence entre les polyèdres et les autres solides. Cette discrimination est mathématique et technologique, les polyèdres étant les solides qui peuvent être produits avec un patron, par ce que leurs faces sont planes. Puisqu'ils ont des faces, ils ne peuvent pas rouler, et on a là un critère assez simple. L'objectif est d'en arriver là. Le critère peut être verbalisé simplement : ceux qui roulent, ceux qui ne roulent pas. Mais il y a les cylindres qui ont des faces planes et d'autres courbes. Le critère peut être affiné : ceux qui peuvent rouler, ceux qui ne peuvent pas rouler. On peut aussi dire : ceux qui sont en équilibre sur toutes leurs faces, ceux qui peuvent bouger. D'autre part les discussions autour des solides permettent aussi de commencer à manipuler progressivement les trois termes géométriques fondamentaux de l'espace : face, arête, sommet.

CE1 S9 Jeu du portrait géométrique

Objectif (s) : apprendre à décrire les solides.

Compétences en jeu : en résolution de problème, savoir trouver un critère discriminant, et savoir inférer.

Argument : jouer seul contre toute la classe.

Matériel : la collection de solides.

Dispositif :

1. Un élève sort. La classe choisit un solide. L'élève rentre et doit poser des questions pour deviner quel solide a été choisi. Les questions doivent se rapporter à la forme, pas aux autres propriétés de la boîte (contenant, couleur, matériau, etc.). La moitié de la classe joue, et l'autre moitié fait l'arbitre : elle interdit les questions non géométrique et note les bonnes questions.
2. On recommence avec d'autres élèves. Celui qui gagne est celui qui a trouvé avec le moins de questions possibles.
3. On fait un bilan de tout ce qu'on a appris à partir des bonnes questions.

Problématique : c'est une activité de description, où les élèves apprennent progressivement à repérer les propriétés caractéristiques des solides, et à leur donner des noms. Mais il ne faut pas oublier qu'il s'agit d'un jeu.

CE1 M7 Algorithme sur mosaïque : les frises

Objectif (s) : mettre en place les procédures de réalisations de frises.

Compétences en jeu : maîtrise du tracé géométrique.

Prétexte : réaliser de beaux dessins.

Matériel : le matériel « mosaïque ». Quelques photos ou dessins de frises à deux éléments. Les gommettes des formes.

Dispositif :

1. *Classe entière* : on montre des frises réalisées avec le matériel mosaïque. On fait remarquer que toutes ne sont faites qu'avec deux éléments. On refait à deux ou trois une de ces frises en utilisant les mosaïques comme gabarit.
2. *Groupe de deux* : on choisit deux éléments pour inventer une frise originale. On fait en sorte que tous les binômes aient des couples de polygones différents (il y en a trente !). Ce n'est pas toujours possible ! On recense les frises réalisées et on essaie d'imaginer toutes les frises possibles.
3. *Individuellement* : on choisit une frise après une recherche personnelle avec les mosaïques ; Puis on la reproduit avec les gommettes. Puis on la trace en se servant des mosaïques comme gabarit, et on la décore pour l'emmener chez soi.
4. On peut recommencer avec des rosaces.

Problématique : plusieurs éléments sont en jeu. Il y a un facteur esthétique : la géométrie est utile pour réaliser de beaux dessins. Ensuite, il y a un travail sur les algorithmes. Et enfin il y a le savoir-faire du tracé sur gabarit à structurer : cela se fait en verbalisant toutes les actions pour sélectionner et retenir le geste efficace.

CE1 M8 Algorithme sur mosaïques : les rosaces

Objectif (s) : structurer le tracé sur gabarit.

Compétences en jeu : savoir analyser un dessin pour pouvoir le décrire, puis le reproduire.

Argument : dessiner des assiettes.

Matériel : des photos ou des dessins de rosaces. Le matériel mosaïque. Les gommettes des polygones.

Dispositif : travail par groupe de deux.

1. *Classe entière* : présenter des assiettes dessinées avec des motifs de rosaces. Mettre à disposition le matériel mosaïque. Essayer de reconstituer le dessin des assiettes avec les mosaïques.
2. *Individuellement* : choisir une rosace, faire une ébauche de l'assiette. On la reproduit avec les gommettes. Puis on discute sur la méthode de tracé : on se sert des mosaïques comme gabarit.
3. *Individuellement* : dessiner l'assiette définitive et la décorer pour l'emmener chez soi.

Problématique : là, il s'agit de travailler la reproduction. Mais ce travail est conditionné par la qualité de la description qui le précède. Cette situation est auto-validante. C'est l'élève lui-même qui va comprendre très vite l'importance du soin apporté au tracé. Le résultat est en général gratifiant, mais d'autant plus que l'on aura su se concentrer sur la qualité technique du travail.

CE1 S10 Décorations de boîtes retournées	
Objectif (s) : développer une boîte pour préparer à la notion de patron.	Compétences en jeu : allers-retours mentaux entre un solide et son développement.
Argument : apprendre à décorer les boites pour en faire des maisons.	
Matériel : des boites en carton du commerce ramenées de la maison. Crayons de couleur et peinture.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Rappel de l'activité S7 2. <i>Groupe de deux</i> : on essaie d'anticiper la décoration de la maison sur le développement. Pour cela on colorie les murs en ocre et le toit en vert. Puis on dessine portes et fenêtres. Une fois le travail fait, on échange avec un autre groupe. On valide ou on conteste les choix. Puis on monte les maisons, et on constate qui avait raison. 3. <i>Classe entière</i> : on construit collectivement le village, et on décide des améliorations : mairie, église, terrain de foot, etc. 4. On dessine sur une affiche l'emprise au sol des maisons, et on travaille en prolongement sur le plan du village. 	
Problématique : il s'agit encore d'une activité où on fait de la géométrie de solides avant de savoir les représenter. Il s'agit d'apprendre à faire des allers-retours entre le solide formée à trois dimensions et son développement à plat.	

CE1 S11 Construction de la boîte jumelle	
Objectif (s) : utiliser un patron dans une situation fonctionnelle.	Compétences en jeu : savoir-faire techniques : tracé, rainurage, pliage, découpage.
Argument : se fabriquer la boîte jumelle d'une belle boîte.	
Matériel : feuilles A3 en papier fort ; les boites retournées et décorées.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : quelle est la plus belle boîte ? On va essayer de fabriquer sa jumelle en se servant du développement comme gabarit. On essaie d'expliquer comment on va faire. 2. <i>Individuellement</i> : choisir une forme, la mettre à plat, avec l'objectif de reproduire le développement. En s'en servant de gabarit, tracer le développement sur du papier fort, puis le découper, tracer les plis et les rainurer. Monter la boîte pour valider le travail. 3. <i>Individuellement</i> : il faut ensuite la décorer à l'identique, mais sur le développement aplati. 4. <i>Classe entière</i> : on se met d'accord sur la trace écrite pour le mémento de géométrie. 	
Problématique : il s'agit d'opérationnaliser les rapports du plan et de l'espace en montrant qu'une boîte en carton peut se mettre à plat dans un développement que l'on peut découper dans une plaque. Une des difficultés est la gestion des languettes et rabats que le concept mathématique ignore. Il faudra donc discriminer entre les deux sortes de surface que sont les faces et les languettes. Cette activité est abordable en cycle 2 parce que l'on ne travaille qu'avec des pavés, dont toutes les faces sont des rectangles, et qui ont presque tous le même patron. D'autre part cette activité se situe dans une progression classique de construction d'un outil mathématique, ici le patron. D'abord on apprend à faire fonctionner un outil proposé tout prêt, puis on le déconstruit pour le reconstruire, et enfin on le construit ex-nihilo.	

CE1 R6 Reproduction de robot par message mathématique	
Objectif (s) : préparer l'apprentissage du programme de construction en identifiant des critères de réussite dans une activité de communication.	Compétences en jeu : reconnaissance des formes, lecture et écriture d'une description.
Argument : dessiner des robots, les reconnaître et communiquer à leur propos.	
Matériel : gabarits et pochoirs (triangles, ronds, carrés et rectangles en trois tailles).	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : dessiner un robot avec des pochoirs à partir d'une description orale faite par le maître. 2. <i>Groupe de 2</i> : inventer un robot en le représentant avec des gabarits. Décrire ce robot par écrit, quantitativement dans un tableau, et qualitativement dans une recette de fabrication. On ne doit pas utiliser le vocabulaire du corps. Transmettre cette description à un autre groupe pour qu'il reproduise ce robot. 3. <i>Groupe de 4</i> : confrontation du robot du groupe émetteur et du robot du groupe récepteur. Analyse des erreurs et rédaction d'une nouvelle description. 4. <i>Individuellement</i> : on numérote les robots avec des nombres, et les descriptions avec des lettres. Retrouver parmi plusieurs robots celui qui correspond à une description. Puis retrouver parmi plusieurs descriptions, celle qui correspond à un robot. 5. <i>Bilan</i> : détermination des critères de réussite de la description. 	
Problématique : là on essaie de produire une description purement mathématique. Au CP l'analogie avec l'image du corps permet de réussir l'activité sans les compétences mathématiques, tant au niveau du sens qu'au niveau du vocabulaire. Puis on remplace progressivement l'utilisation du vocabulaire corporel par le vocabulaire mathématique. Les critères de réussite peuvent être : décomposer la fabrication en étapes simples et ordonnées, éliminer tout ce qui ne concerne pas le dessin, employer les termes mathématiques, etc. On peut utiliser les techniques de réécriture mises au point en didactique du français.	

CE1 R8 Représentation de robot sur quadrillage	
Objectif (s) : apprendre à représenter des formes du plan sur quadrillage.	Compétences en jeu : savoir utiliser le règle et le compas, se repérer sur un quadrillage.
Argument : apprendre à dessiner un robot sans gabarit ni pochoirs.	
Matériel : du papier quadrillé, règle et compas.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : dessiner un robot avec des gabarits ou des pochoirs à partir d'une description faite par le maître. 2. <i>Individuellement</i> : représenter ce robot sur du papier quadrillé, en utilisant le quadrillage. 3. <i>Classe entière</i> : formuler la procédure pour tracer des carrés et des rectangles horizontaux, puis obliques, et des cercles. 	
Problématique : il s'agit d'une activité de représentation avec le matériel de géométrie. Il faut construire le robot sans gabarit, en utilisant le papier quadrillé et le matériel de géométrie. C'est le travail sur géoplan qui donne une culture du quadrillage permettant de réussir cette activité. On peut bien sûr utiliser le quadrillage en repassant sur les lignes horizontales et verticales. Cela permet de construire les carrés et les rectangles horizontaux. Il faut également apprendre à tracer en utilisant les nœuds, pour les triangles, les carrés et les rectangles obliques. Enfin il faut savoir utiliser le compas, donc se doter de compas effectifs, avec une pointe qui se plante, un crayon fixe qui écrit, et un système de serrage qui maintient fixe l'écartement. Enfin il y a l'impossibilité de faire au compas des cercles trop petits. Pour les petits cercles, le mieux est là d'utiliser des petits cylindres comme gabarits	

CE1 G7 Déplacement codé sur géoplan	
Objectif (s) : sensibilisation au repérage sur un quadrillage.	Compétences en jeu : savoir analyser pour décrire. Connaître le vocabulaire d'orientation.
Argument : téléphoner son dessin.	
Matériel : le matériel géoplan. Des itinéraires simples utilisant le quadrillage et les diagonales à 45°.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Groupe de deux</i> : chaque groupe prend un itinéraire. On fixe un point de départ sur le géoplan. A partir de ce point un élève écrit un message représentant le trajet de la ficelle. Il transmet le message à l'autre qui réalise l'itinéraire. Chaque binôme valide. Si c'est faux, il essaie de comprendre d'où vient l'erreur. Si c'est juste, il essaie de retenir sa méthode. 2. <i>Classe entière</i> : on recense les méthodes employées et le vocabulaire nécessaire pour réussir l'activité. On essaie de se mettre d'accord sur un codage. 3. <i>Groupe de deux</i> : on recommence l'activité avec la méthode choisie pour la valider. 	
Problématique : on peut utiliser un codage H, B, G, D, pour haut, bas, gauche et droite si le trajet n'utilise pas les obliques. Si le trajet utilise des diagonales, on peut utiliser les quatre points cardinaux N, S, E, O, ainsi que les diagonales, NO, NE, SE et SO, ou le langage codé des flèches : ← ↑ → ↓ et . Il y a une autre méthode bien plus performante qui consiste à passer d'un point à un point suivant en codant l'emplacement des points par leurs coordonnées.	

CE1 S12 Reproduction de solides par bon de commande	
Objectif (s) : apprendre à décomposer et recomposer un solide avec ses éléments.	Compétences en jeu : savoir recomposer mentalement un solide à partir de plusieurs vues.
Argument : jeu de la marchande.	
Matériel : les polygones emboîtables. Le musée des solides. Des photos de ces solides	
Dispositif :	
Séance 1 : Rappel de l'activité S6 de CP. On reconstitue le musée des solides.	
Séance 2 :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on se propose de reproduire ces solides. Pour cela il faut faire un bon de commande, en utilisant par exemple la notice du jeu qui récapitule toutes les pièces. On élabore ensemble le bon de commande : il doit être sous forme de tableau, et il ne faut pas faire de phrases. On peut dessiner la pièce ou donner son nom. 2. <i>Groupe de deux</i> : chaque groupe tire au sort un solide et fait sa commande. Il a en main les photos, mais le solide est sur une étagère inaccessible. Il essaie de le construire avec les éléments correspondants à sa commande. S'il ne réussit pas, il modifie sa commande et essaie à nouveau. 	
Problématique : cette séquence est une étape importante dans l'interprétation d'un solide à l'aide de ses faces. Et elle joue un rôle important dans la structuration du concept de face. Mais un autre objectif est de savoir reconstituer le solide dans sa tête, puisqu'il est sur une étagère, qu'on ne peut donc le manipuler, et qu'il faut donc le reconstruire à partir de plusieurs photos.	

CE1 Ro1 Rosace hexagonale	
Objectif (s) : sensibilisation à la construction au compas. Montrer l'intérêt du soin apporté au travail.	Compétences en jeu : habileté manuelle.
Argument : apprendre à réaliser de beaux dessins.	
Matériel : une belle rosace à 6 branches en couleur sur carton fort en 50x50 (prévoir gros compas !), photocopie d'un croquis de rosace sur A4.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : présentation d'une rosace simple décorée au tableau. La faire décrire en termes de savoir-faire. Essais d'anticipation du tracé : identifier les centres des cercles (là où l'on plante la pointe sèche) , puis les arcs de cercle (l'écartement du compas) , et se décider sur un ordre dans le travail. 2. <i>Groupe de deux</i> : donner le croquis non colorié d'une rosace, et la faire reproduire individuellement (mais par groupe de 2 pour s'entraider). 3. <i>Classe entière</i> : faire un bilan : qui a réussi, qui n'a pas su ? Quels conseils peut-on donner ? 4. <i>Individuellement</i> : produire une rosace individualisée, la colorier ou la peindre à son goût. 	
Problématique : l'univers des rosaces est un univers fascinant pour les élèves. Il s'agit simplement de leur ouvrir la porte et de les laisser s'émerveiller, sans leur casser les pieds avec des contraintes scolaires. C'est eux-mêmes qui doivent découvrir la contrainte -bien réelle, du travail soigné. Car sans précision, le résultat ne sera pas, ou peu gratifiant. L'intérêt majeur de cette activité est de formuler les savoir-faire : comment tenir le compas (le faire danser), où placer la pointe (faire une « petite piqûre » à la feuille de papier), s'assurer que l'écartement ne varie pas, tenir la feuille avec la main gauche placée bien à plat, gommer de l'extérieur vers soi, etc.	

CE1 G8 Tracé du reflet avec géoplan	
Objectif (s) : structuration de la symétrie axiale sur quadrillage.	Compétences en jeu : maîtrise du géoplan et du quadrillage.
Argument : construire le reflet d'une figure dans une glace.	
Matériel : un géoplan 6x8 pour deux, élastique, perles et ficelle, des cadres pointés A5. Des dessins sur affiche de figures à compléter par symétrie (avec axe vertical, puis horizontal, touchant l'axe ou pas).	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : présentation de l'activité : il faut faire l'image réfléchiée à droite (respectivement à gauche) des figures qui sont représentées au tableau. 2. <i>Groupe de deux</i> : on commence par recopier la figure et l'axe de symétrie (la ligne de reflet) par deux élastiques de couleur différente. Puis on réalise le reflet avec une ficelle. Une fois la figure faite sur géoplan, il faut traduire sur le papier pointé, et se demander comment on peut valider : en pliant bien sûr ! On prend l'habitude de le faire systématiquement. 3. <i>Individuellement</i> : on peut ensuite demander de trouver sur papier la ligne de reflet d'une figure symétrique. Puis valider encore par le pliage. 4. <i>Classe entière</i> : on fait le bilan écrit à partir des remarques des élèves que l'on sélectionne. 5. En prolongement des exercices classiques sur fichier sont les bienvenus ... 	
Problématique : il s'agit d'aborder la symétrie dans son rapport au pliage. Dans cette activité, il convient de faire travailler les variables didactiques : orientation de l'axe (sans passer à l'axe oblique), position de la figure par rapport à l'axe et complexité de la figure (qui est limité par la taille du géoplan 5x5). On garde en tête bien sûr le fait qu'il faudra plus tard se débarrasser du pliage, et on valorise les reconnaissances directes, mais sans jamais les rendre obligatoires. On est déjà passé du pliage réel au pliage pensé, puisque le pliage n'est plus que la validation de l'activité. L'obstacle majeur est la confusion entre symétrie et translation, et lié à cette erreur, le non-respect des distances à l'axe. Il n'est pas possible ici d'utiliser les élastiques pour chercher sur le géoplan, parce que ça oblige à donner d'un coup la réponse définitive. Ici les procédures partent d'un point pour avancer sommet par sommet sur le pourtour du polygone. On doit donc utiliser plutôt une ficelle ou plus difficilement des perles.	

CE1 S13 Production de tétracubes	
Objectif (s) : identifier les huit tétracubes.	Compétences en jeu : savoir agencer des objets dans l'espace.
Argument : se construire tous les solides construits avec quatre cubes élémentaires.	
Matériel : des cubes élémentaires neutres (en bois), de la colle à papier.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : montrer un montage de cubes. Montrer qu'ils ne sont bien constitués que de cubes élémentaires. On va chercher tous les tétracubes différents : il faut juste apprendre à bien coller face contre face. On assemble deux cubes : combien ça en fait de différents ? Rien qu'un, dans deux positions différentes. Et pour trois cubes, que se passe-t-il ? On obtient deux solides différents. 2. <i>Groupe de deux</i> : produire trois tétracubes différents. Rappel de la règle : on doit coller les cubes élémentaires en faisant coïncider exactement deux de leurs faces. 3. <i>Classe entière</i> : chaque groupe montre ses cubes : le maître les réalise avec des gros cubes s'ils sont nouveaux. Au fur et à mesure que des nouveaux tétracubes apparaissent, on les appelle (d'un nom et d'un numéro). On a du mal à différencier les deux derniers. On garde les gros tétracubes bien en vue sur une étagère, avec leurs noms et leurs numéros. 	
Problématique : il s'agit de produire les solides qui vont nous servir à construire la représentation en perspective. Mais ces solides vont nous apprendre aussi à travailler les points de vue, et à reconnaître un tétracube connu sous différents angles. Des noms possibles sont : la tour, le L, le carré, le domino, la podium, le nounours, et les deux mains pour les deux derniers qui sont symétriques, et très difficiles à différencier.	

CE1 S14 Reconnaissance sur photos des tétracubes	
Objectif (s) : apprendre à reconnaître les tétracubes sous différents points de vue.	Compétences en jeu : repérage dans l'espace. Avoir identifié les huit tétracubes.
Argument : trier les photos des tétracubes.	
Matériel : quatre ou cinq photos de chaque tétracube. Prévoir des vues avec une seule ou deux faces visibles, de manière à ce que certaines photos soient indécidables. Préparer des enveloppes où les photos de trois tétracubes ont été mélangées.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : les photos des tétracubes ont été mélangées : il faut les ordonner. 2. <i>Groupe de deux</i> : on essaie de trier les photos. On peut s'aider des gros tétracubes qui sont visibles sur une étagère, mais sans les toucher ! 3. <i>Groupe de quatre</i> : on échange les tris, et on les valide. Discussion pour trouver un accord sur les deux groupes. 	
Problématique : c'est une activité qui travaille sur les rapports du su et du vu. Une des particularité de l'espace est qu'une photo ne peut pas tout montrer : une partie du solide doit donc être imaginée. Certaines photos prises de bout peuvent représenter plusieurs tétracubes différents	

CE1 G9 Trouver tous les carrés du géoplan	
Objectif (s) : caractérisation du carré et approche de la mesure de l'aire.	Compétences en jeu : reconnaissance globale du carré.
Argument : il faut chercher tous les carrés du géoplan et les ranger du plus petit au plus grand.	
Matériel : un géoplan 5x5 par groupe de 2. Des feuilles pointées. Des transparents quadrillés et pointés.	
<p>Dispositif : « Tout ce que vous faites sur le géoplan, vous le dessinez ensuite sur la feuille pointée ».</p> <ol style="list-style-type: none"> <i>Groupe de deux :</i> faire sur votre géoplan le carré le plus petit possible. Puis le carré le plus grand possible. Puis en faire des intermédiaires. . Mais il y en a d'autres, des penchés On les fabrique à l'élastique, puis on les reproduit sur la feuille pointée. Comment être sûr que ce sont des carrés ? <i>Classe entière :</i> recensement des carrés trouvés : il doit y en avoir huit. Recensement des propriétés des carrés : les quatre côtés ont même longueur, et les coins sont comme les coins de la feuille. Maintenant il faut les classer. On se met d'accord sur une trace écrite. <i>Groupe de deux :</i> on effectue le classement des carrés, mais en justifiant la méthode employée. <i>Classe entière :</i> on fait le bilan : pour classer des carrés, on peut les découper et les superposer, mais le mieux c'est de compter les carreaux. On ne sait pas toujours le faire : on apprendra plus tard ! 	
<p>Problématique : il y a deux objectifs : identifier des critères permettant de caractériser un carré d'une part, et préparer d'autre part la construction de la notion d'aire.</p> <p>Pour prouver que les carrés « penchés » sont bien carrés, les découper et les repositionner droit est en général suffisant. Il faut cependant essayer de faire émerger d'autres critères : le pliage par la diagonale ou la rotation d'un quart de tour. Ce sont encore des critères de reconnaissance globale. Les élèves voient que les quatre côtés sont égaux, d'autant plus si on identifié le concept de côté dans l'activité sur les triangles, mais il faut se mettre d'accord sur le critère matériel qui prouvera que les côtés sont égaux. Ce sera des bandes de papier étalon, ou le compas, ou même la mesure au double-décimètre. Pour ce qui est des angles droits, c'est moins simple. On peut être amené à devoir discriminer un carré d'un losange qui serait un quasi carré. Le critère serait alors : « les coins sont comme les coins de la feuille de papier ».</p> <p>La notion d'aire est travaillée en l'associant étroitement au nombre de carreaux élémentaires emprisonnés par les côtés. Cette activité est déjà très mathématique, et permet d'aborder plusieurs obstacles classiques : le carré de 1 de côté est le même quelque soit son emplacement, il y a des carrés « penchés », entre autres. Il suffira de constater que compter le nombre de carreaux est facile pour les carrés droits et plus difficile pour les carrés penchés. On pourra peut-être comprendre que l'on peut compter aussi par demi-carrés, mais sans en faire un objectif obligatoire. Il y a aussi la possibilité de classer les carrés en comparant les côtés, ce qui n'est vrai que parce qu'on est en présence d'un quadrilatère régulier.</p>	

Dessin page 90

CE1 S15 Prises d'empreinte et tableau des faces	
Objectif (s) : apprendre à caractériser un solide par ses faces.	Compétences en jeu : identification des solides, repérage dans l'espace.
Argument : faire un portrait des solides.	
Matériel : une collection de polyèdres (une quinzaine). Il peut être intéressant de prévoir des solides ayant des faces égales. Une fiche sous forme de tableau pour résumer les propriétés des faces.	
<p>Dispositif :</p> <ol style="list-style-type: none"> <i>Classe entière :</i> Rappel du tri des solides : comment on reconnaît un polyèdre ? Il ne roule pas, c'est-à-dire qu'on peut le poser sur chacune de ses faces. On peut donc prendre toutes ses empreintes. <i>Groupe de deux :</i> choisir un solide, et en faire un portrait en prenant ses empreintes sur du papier de couleur. Il faut commander le bon nombre de feuilles A5. Puis découper les empreintes. On peut valider en posant les empreintes sur le solide avec de la pâte bleue track. Puis on fait le portrait du solide en collant toutes les empreintes sur une feuille A3, et en remplissant le tableau des faces. <i>Groupe de deux :</i> échanger les portraits, et essayer de retrouver le solide concerné. 	
<p>Problématique : c'est une activité préparatoire à la construction de patrons. Il faut d'abord s'apercevoir de la pertinence du critère « roule – roule pas », en ce qui concerne la prise d'empreinte. Puis de s'apercevoir qu'un solide peut être décrit par ses faces.</p>	

CE1 V1 Apprentissage du tracé : « Vache-qui-rit »

Objectif (s) : travailler le tracé dans une situation fonctionnelle. **Compétences en jeu :** décrire une forme géométrique en vue de la reproduire.

Argument : produire de beaux tableaux géométriques.

Matériel : des feuilles de format A3 sur lesquelles est tracé le cadre de départ du tracé. Des exemples de réalisations en grand format.

Dispositif :

1. *Classe entière :* décrire la figure réalisée au tableau. Essayer de deviner comment la figure a été construite. Prévoir l'ordre avec lequel on va pouvoir reproduire la figure. Se mettre d'accord en le formulant précisément.
2. *Individuellement :* réaliser le tracé.
3. *Groupe de deux :* échanger les productions, et s'entraider pour réussir. Appeler le maître si c'est nécessaire.
4. *Individuellement :* s'approprier le produit en le coloriant.

Problématique : on mise comme souvent sur l'aspect gratifiant de la réalisation. C'est très motivant pour les élèves, et il faudra toujours conclure par une séance libre où chaque élève pourra personnaliser son travail pour l'emmener à la maison. Mais cette activité permet aussi de travailler des compétences tout à fait mathématiques dans une situation qui leur donne tout leur sens. D'abord cela permet de travailler le tracé, et de formuler précisément les savoir-faire efficaces. Ensuite la reproduction suppose une attitude intellectuelle qui n'a rien à voir avec l'imitation : il faut savoir analyser la figure à reproduire, et en déduire l'algorithme de construction.

Exemples de figures à reproduire (à faire)

Les apprentissages au cycle 3

L'espace

Les productions de plans continuent le travail sur la spatialité. On élargit progressivement l'espace représenté jusqu'au plan de ville.

La construction des concepts de l'espace s'intensifie, et toujours par le passage d'une géométrie de perception à la géométrie rationnelle. Au cycle 2, on a appris à reconnaître globalement les principaux solides et à les décrire grâce aux propriétés de leurs faces. Et on a structuré solidement le concept de face. Au cycle 3, on identifie les concepts de sommet et d'arête, et ainsi on peut décrire les solides bien plus complètement. On consolide ces compétences par un travail sur les prismes et les pyramides au CM2.

Avec la situation des tétracubes, on travaille la représentation plane des solides. On a là toute une progression, étalée sur les trois années du cycle, qui prépare la structuration de la représentation en perspective qui ne se fera qu'au collège, et qui aide puissamment à construire des images mentales performantes des objets de l'espace.

Enfin on travaille le concept de patron sous plusieurs aspects, de manière à en permettre la structuration. D'abord à partir des empreintes des faces on fabrique le « pyjama » des solides. Puis dans la situation des polyminos on apprend à réaliser des boîtes sans couvercle, puis des cubes. Avec les « petits beurres », on fabrique plusieurs paquets correspondants aux différents arrangements des 24 gâteaux. Enfin avec le kaléïdocycle emprunté à M. C. Escher, on fabrique un objet mathématique merveilleux et ... gratifiant.

Les formes du plan : propriétés et éléments

On commence par identifier mathématiquement les polygones en les discriminant des non-polygones. Un tri de ces polygones permet de découvrir leur principale propriété, à savoir qu'ils ont autant de côtés que de sommets. Ce qui est le meilleur moment pour structurer la notion de sommet, en liaison avec la représentation sur géoplan par les perles.

On aborde ensuite les triangles et quadrilatères particuliers par des activités de recherche sur géoplan qui font émerger des catégories que l'on identifie grâce à leurs propriétés.

Les polygones articulés permettent d'approfondir ces connaissances sur les quadrilatères particuliers, et de les structurer rationnellement. C'est aussi dans cette situation l'on aborde les diagonales des quadrilatères et leurs propriétés, et ceci dès le CM1.

L'identification des polygones inscrits dans l'hexagone, puis leur reproduction à l'aide de gabarits d'angles permet d'identifier enfin en CM2 le concept d'angle. On utilise la fausse équerre pour reproduire les angles quelconques.

Reproduction de rosaces, spirales, toiles d'araignées, vache-qui-rit : un lieu idéal pour travailler le tracé géométrique

Ces figures sont des objets géométriques dont la construction repose sur quelques principes simples que les élèves de cycle 3 peuvent facilement comprendre. Il s'agit de mettre en place des activités individuelles de reproduction de figures proposées sur un poster au tableau. On analyse en commun, on émet des hypothèses de construction, on se met d'accord sur un algorithme de construction, et on se met au travail. Puis on s'approprie le résultat individuellement par un coloriage, ou une peinture respectant les algorithmes.

Le repérage par les coordonnées

Il s'agit d'utiliser le travail fait sur géoplan pour exploiter l'aspect repérage qui est sous-jacent à toute la situation. Derrière le réseau pointé, il y a le quadrillage, et derrière le quadrillage, il y a les coordonnées qui ne demandent qu'à pointer leur nez. Il y a également la délicate question du langage des lettres pour les figures. On l'introduira par l'intermédiaire du repérage par les coordonnées.

Perpendiculaire et parallèle

Le parallélisme et la perpendicularité sont des notions complexes, dont on commence à s'apercevoir qu'elles sont tout sauf élémentaires. Au cycle 2, il semble difficile de les identifier

clairement, ne serait-ce que parce que la droite mathématique est encore une totale abstraction. Au cycle 2, on aborde l'angle droit pour identifier les carrés, mais ce n'est qu'une étape dans l'identification des droites perpendiculaires. On peut toujours dire que les côtés opposés des carrés sont parallèles, mais quel sens les élèves peuvent-ils bien y mettre, sans un critère concret de reconnaissance ?

Ce n'est donc finalement qu'au cycle 3 que l'on s'attaque sérieusement à ces notions. D'abord au CE2 on identifie les droites perpendiculaires dans la situation des polygones articulés. Les polygones articulés à quatre côtés égaux (carrés et losanges) permettent de travailler les perpendiculaires parce que l'invariant le plus évident est que les diagonales de tous ces polygones sont perpendiculaires. D'où l'idée de se construire un outil discriminant, l'équerre que l'on obtient par symétrie, en pliant le losange suivant ses deux diagonales. Puis on continue sur géoplan l'étude des perpendiculaires avec la recherche des rectangles à base oblique, où il y a un certain nombre de quasi-rectangles que l'on beaucoup de mal à catégoriser à l'œil.

Au CM1 les polygones à deux fois deux côtés égaux (rectangles et parallélogrammes) permettent de travailler la notion de parallèle, avec la construction d'un traceur de parallèles, et tout ceci en liaison avec la notion de bande. Il nous apparaît que ce sont les deux grands côtés du rectangle et du parallélogramme qui offre la situation la plus évidente de parallélisme. On essaiera de structurer rapidement un critère de reconnaissance mathématique, à savoir que la distance mesurée par une perpendiculaire commune est constante.

La symétrie axiale

Concernant la symétrie, au cycle 3, on continue à travailler la reproduction en miroir. Le pliage ne reste présent que comme image mentale, et comme validation. Un autre des axes de travail est la recherche des axes de symétrie.

Aire et périmètre

On commence par travailler le concept d'aire dans des situations de classement de formes, puis on se pose le problème de discriminer les formes qui ont la même aire, et on découvre un deuxième moyen de classer les formes, cette fois par le périmètre. Au cycle 2, on a introduit le calcul d'aire avec le géoplan, quand on a classé tous les carrés possibles. Comme on est sur un quadrillage, on relie l'aire directement au nombre de carreaux élémentaires que l'on peut compter dans la figure. Mais on ne sait pas compter les carreaux non entiers. Ce n'est qu'au cycle 3 que la même situation, mais avec les rectangles demande expressément de compter les carreaux, qu'ils soient entiers ou fractions d'entiers.

Les mosaïques et les polyminos sont des formes qui sont construites avec des côtés égaux : cela permet de remplacer la mesure du périmètre par le comptage du nombre de côtés. D'où l'idée d'une activité où on doit classer certaines de ces formes qui ont même aire. Cela a l'avantage de bien identifier le périmètre en le discriminant du calcul de l'aire, et ceci dans une situation simple où le mesurage est remplacé par du comptage. Le périmètre est ensuite travaillé dans la situation des polygones articulés. Il suffit d'ouvrir ces polygones, et d'aligner les côtés pour avoir une image mentale très forte du périmètre.

Cours élémentaire 2^{de} année

Espace

En ce qui concerne la spatialité, on passe au plan de l'école. On est là dans le macro-espace : à la différence de la classe, on ne peut en avoir une vision globale, et on ne peut construire cet espace que mentalement. Mais ça reste un espace très familier, ce qui permet de réussir quand même l'activité.

On structure les concepts d'arêtes et de sommets avec la situation de reproduction des solides à l'aide des pailles. On consolide ces concepts d'arête et de sommets en faisant les fiches d'identité des solides.

On progresse dans le patron avec le pyjama des solides. Cette fois le patron est reconstitué à partir des faces, alors qu'au CE1 on exploitait les quasi-patrons des boîtes retournées. C'est une démarche classique : on commence par faire fonctionner un outil, on se l'approprie, on comprend sa structure, et ce n'est que quand on sait le faire fonctionner qu'on essaie de le concevoir pour le produire entièrement.

Plan

On commence par faire émerger le concept de polygone d'une activité de tri de formes. C'est là avec l'identification des polygones sur géoplan qu'on s'aperçoit qu'un polygone a autant de côtés que de sommets, et que l'on peut ainsi identifier fermement le concept de sommet. Et l'on obtient deux représentations équivalentes : les élastiques qui montrent les côtés, ou les perles qui montrent les sommets.

Puis on installe la situation des polygones articulés. La séquence où on forme les quadrilatères avec quatre bandes égales permet de rendre intelligible le rapport entre losanges et carrés, avec des objectifs sur les formes et sur les relations. Cela permet de structurer rationnellement le concept de losange, mais aussi les diagonales.

D'autre part on découvre le monde foisonnant des rosaces, et on commence à comprendre leurs méthodes de construction.

Relation et mesure

Les polygones articulés à quatre bandes égales offrent l'occasion de faire émerger le concept des droites perpendiculaires, l'invariant le plus évident des quadrilatères à quatre côtés égaux étant leurs deux diagonales perpendiculaires. On en profite pour construire une équerre personnelle.

Le classement sur mosaïques de formes ayant la même aire permet de bien discriminer le périmètre et l'aire.

On continue l'apprentissage du repérage dans le plan par les coordonnées dans des activités de figures téléphonées sur géoplan.

Enfin on apprend à construire mentalement le reflet d'une figure, et ainsi à se débarrasser du pliage dans la compréhension de la symétrie.

Cours élémentaire seconde année : progression de niveau

CE2	PERIODE 1	PERIODE 2	PERIODE 3	PERIODE 4	PERIODE 5
ESPACE	P3 Plan de l'école <i>apprendre à lire un plan</i>	S16 Jeu du portrait des faces <i>apprendre à décrire les solides par le nombre et la forme des faces</i>	S17 Reproduction de solides en pailles <i>identifier les arêtes et les sommets des polyèdres</i>	S18 Description de solides <i>construire les concepts de sommets, faces et arêtes</i>	S19 Le pyjama des solides <i>découverte du concept de patron</i>
	PLAN	Ro2 Super-rosace : la pendule <i>développer les compétences de tracé et le goût du travail bien fait</i>	G12 Identification des polygones <i>différencier les polygones des non-polygones. Structurer les notions de sommet et de côté</i>	Po1 Découverte des polygones articulés <i>installer un matériel de production et de reproduction des polygones</i>	Po2 Carrés et losanges <i>identification du carré et du losange par leurs propriétés</i>
RELATION MESURE	G11 Repérage du triangle sur quadrillage <i>sensibilisation au repérage sur un quadrillage</i>	G13 Faire l'image réfléchie d'une forme <i>renforcer le sens de la symétrie par la reproduction en miroir</i>		Po3 Droites perpendiculaires <i>identifier et structurer la notion d'orthogonalité</i>	Sp1 Tracer des spirales et des toiles d'araignée <i>reproduire une forme avec les instruments de géométrie</i>

CE2 P3 Plan de l'école	
Objectif (s) : apprendre à lire un plan.	Compétences en jeu : appréhension du macro espace.
Argument : visite des pompiers.	
Matériel : plan d'évacuation de l'école, plan de la parcelle tiré au format A3.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : visite des pompiers (si possible). Lecture collective du plan d'évacuation : il est illisible. Il faut faire un document efficace. 2. <i>Groupe de deux</i> : recensement des obstacles (lecture de plan, mais aussi existence de plusieurs étages, codage des escaliers, etc.). Emergence des critères de lisibilité. 3. <i>Groupe de quatre</i> : fourniture de la photocopie du plan détaillé de la parcelle. On a effacé l'intérieur en ne laissant que la frontière. Chaque groupe dessine l'emplacement des murs. 4. <i>Classe entière</i> : confrontation et bilan. Réalisation définitive du plan de l'école, puis du plan d'évacuation. 5. Présentation par les élèves de la classe du plan d'évacuation dans les autres classes 	
Problématique : les difficultés sont nombreuses et variées. Il s'agit de se faire un outil pour se repérer dans le macro espace à partir d'éléments repérés dans le méso espace. Mais il s'agit d'apprendre d'abord à faire fonctionner les outils existant – photos aériennes et plan, pour progressivement se construire des éléments du plan de l'école, qui lui n'existe pas dans le commerce.	

CE2 Ro2 Super-rosace : la pendule	
Objectif (s) : développer les compétences de tracé et le goût du travail bien fait.	Compétences en jeu : savoir tracer la rosace à six branches.
Argument : se fabriquer de beaux objets.	
Matériel : Une pendule grand format. Un croquis incomplet de super rosace par élève. Pochoirs pour dessiner les nombres.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : présenter une pendule réalisée à partir du croquis d'une super rosace. « Voilà ce que l'on va faire ». La faire décrire en termes de savoir et de savoir-faire. 2. <i>Individuellement</i> : donner un croquis de super rosace (peut-être une ébauche ...) par élève, et la faire reproduire sur une feuille A4. 3. <i>Classe entière</i> : faire un bilan collectif : « Expliquez comment vous avez fait. » 4. <i>Individuellement</i> : réaliser la pendule sur du papier fort. 	
Problématique : il faut agir sur l'envie de réaliser quelque chose dont on pourra être fier. Ce faisant on découvre des propriétés mathématiques, et des qualités morales : pour réussir une belle production, il faut être soigné, et persévérant. On peut à la fois être satisfait de son travail, et comprendre comment on peut régulièrement en améliorer la qualité. Et là c'est l'élève lui-même qui met en place son exigence, et en évalue le résultat. L'intérêt majeur de cette activité est de formuler les savoir-faire : comment tenir le compas (le faire danser sur la pointe), où placer la pointe (faire une « petite piqûre » à la feuille de papier), s'assurer que l'écartement ne varie pas, tenir la feuille avec la main gauche placée bien à plat sur la table, et à contresens du gommage, etc.	

Dessin de la super rosace, de la pendule (page 56), et photo de l'enveloppe

CE2 G11 Repérage du triangle sur quadrillage	
Objectif (s) : inventer un repérage des points du quadrillage.	Compétences en jeu : reconnaissance globale du triangle.
Argument : téléphoner sa figure.	
Matériel : le matériel géoplan.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Groupe de deux</i> : inventer un triangle sur géoplan. Rédiger ensuite un message expliquant comment on peut le reproduire. 2. <i>Groupe de deux</i> : échanger les messages entre deux groupes, et commencer à reproduire la forme. Il est possible de renvoyer le message avec demande d'explications par écrit. 3. <i>Classe entière</i> : on analyse les codages utilisés par les messages les plus efficaces. Et on se met d'accord sur une convention. On fait une trace écrite de bilan. 4. Pour valider la convention, on peut mettre en place une bataille navale. 	
Problématique : derrière le géoplan, il y a le plan quadrillé, et derrière le plan quadrillé, il y a le plan cartésien et son système de repérage de coordonnées. Il s'agit là de faire émerger la nécessité d'un codage dans une activité classique de figures téléphonées. Le recours à des coordonnées est assez naturel, dès que l'on veut localiser précisément un objet. Là il faut trouver le moyen de situer les trois sommets. Reste à se mettre d'accord sur les symboles à utiliser, lettres ou nombres, et à se mettre d'accord sur l'ordre et le sens des coordonnées. Le sens mathématique n'est pas le sens de l'écriture : c'est de gauche à droite dans les deux cas, mais de haut en bas pour l'écriture, alors que c'est de bas en haut pour les ordonnées mathématiques. Il s'agit juste là de montrer qu'une convention est nécessaire, mais pas obligatoirement d'imposer la convention classique.	

CE2 S16 Jeu du portrait des faces	
Objectif (s) : apprendre à décrire les solides par le nombre et la forme des faces.	Compétences en jeu : trouver un critère discriminant entre des solides, et savoir inférer.
Argument : gagner contre la classe.	
Matériel : une collection de solides, boîtes du commerce et matériel pédagogique. Une quinzaine de boîtes est une bonne quantité. Il faut une balle, des cônes, des cylindres, des pavés, des pyramides et différents prismes.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Un élève ou un groupe d'élèves choisit un solide dans la collection et le désigne à l'oreille du maître. La classe doit poser des questions pour deviner quel solide a été choisi. Les questions doivent se rapporter à la forme, pas aux autres propriétés de la boîte (contenant, couleur, matériau, etc.). La moitié de la classe joue, et l'autre moitié fait l'arbitre : elle interdit les questions non géométrique et note les bonnes questions. 2. On recommence avec d'autres élèves. Il faut essayer de gagner en posant le moins possible de questions. 3. On fait un bilan de tout ce qu'on a appris à partir des bonnes questions. 	
Problématique : c'est une activité de description, où les élèves apprennent progressivement à repérer les propriétés caractéristiques des solides, et à leur donner des noms. Au cycle II le seul concept identifié est celui de face. Cette activité est une occasion d'aborder les arêtes et les sommets. Mais il ne faut pas oublier qu'il s'agit d'un jeu. Il y a aussi des compétences méthodologiques en jeu, notamment tout ce qui concerne les inférences, ou comment il faut tenir compte des questions précédentes pour poser les suivantes.	

CE2 G12 Identification des polygones

Objectif (s) : différencier les polygones des non-polygones. Structurer les notions de sommet et de côté. **Compétences en jeu :** maîtrise du géoplan.

Argument : représenter les pièces d'un puzzle sur le géoplan.

Matériel : géoplans 6X8. Un puzzle grand format sur quadrillage. Des perles ou des pailles coupées.

Dispositif :

1. *Groupe de deux :* représenter sur un géoplan les éléments d'un puzzle dessiné sur un quadrillage grand format. Traduire sur la feuille pointée. Pour certains ce n'est pas possible : seuls les polygones peuvent être représentés sur un géoplan.
2. *Groupe de deux :* la moitié des groupes travaille avec un élastique et l'autre moitié avec des perles. Tous inventent des formes géométriques, puis les traduisent sur la feuille pointée, les colorient et les découpent. Ceux qui travaillent avec l'élastique s'interdisent de croiser pour pouvoir découper les formes. Puis ils vont poser au tableau les formes découpées. On décide de coder les perles en rouge et les élastiques en bleu.
3. *Classe entière :* classer et nommer les formes trouvées. La seule façon mathématique de classer est par le nombre de côtés si on a utilisé l'élastique, ou par le nombre de sommets si on a utilisé les perles. Puis on formule le résultat : « les polygones ont autant côtés que de sommets ».

Problématique : on ne peut construire le concept de polygone qu'en le discriminant des non-polygones, en sachant que ce qu'on appelle polygone au primaire est le polygone particulier non croisé. C'est naturel, car le polygone croisé n'est pas matériel, il ne peut se découper. Il s'agit de faire émerger la propriété caractéristique, à savoir qu'un polygone a autant de côtés que de sommets, pour préparer le concept de sommet qui est fondamental dans la description des figures. Pour cela on va faire des allers retours entre la description avec des élastiques et la description avec des perles. Or cette correspondance est univoque pour les polygones convexes non croisés. Pour les polygones concaves, on ne peut pas donner les sommets en vrac, il faut préciser l'ordre dans lequel on doit les prendre. C'est ce qui justifie le codage des polygones par les lettres de leurs sommets : on appelant un polygone par ses sommets, on impose un ordre qui ne correspond qu'à une seule possibilité.

Puzzle (11x15) : le 4x4

CE2 G13 Faire l'image réfléchie d'une forme

Objectif (s) : renforcer le sens de la symétrie. **Compétences en jeu :** maîtrise du géoplan.

Argument : tracer la figure réfléchie « comme dans un miroir ».

Matériel : un géoplan 6x8 par binôme. Les figures sur cadre pointé grand format du puzzle de l'activité précédente. Élastiques, ficelle et perles.

Dispositif :

1. *Classe entière :* présentation de l'activité : chaque binôme doit faire sur son géoplan l'image réfléchie à droite (respectivement à gauche, en dessous, et au dessus) de la figure présentée au tableau. Une fois la figure en miroir faite sur le géoplan, il faut traduire sur la feuille pointée la figure au tableau et la figure en miroir, et se demander comment on peut valider. Il y a plusieurs solutions. On peut poser les figures l'une contre l'autre et vérifier la coïncidence par transparence. On peut aussi compter les carreaux, et puis il y a le géo-miroir.
2. *Groupe de deux :* on choisit trois couleurs d'élastique, une couleur pour l'axe, une autre pour la figure dont il faut tracer le symétrique, et une troisième couleur pour la réponse, la figure symétrique. Un élève pose le problème : il choisit un axe et une figure, et l'autre élève doit faire la figure symétrique à l'élastique, ou plus facile, à la ficelle. Ensuite on trace sur la feuille pointée, et on valide par pliage si nécessaire. Puis on change les rôles, et le groupe sélectionne pour la classe les problèmes difficiles.
3. *Classe entière :* on fait un bilan écrit à partir des remarques des élèves que l'on sélectionne.

En prolongement des exercices classiques sur fichier sont les bienvenus ...

Problématique : ici on travaille le reflet, il faut imaginer l'image réfléchie. le pliage n'intervenant plus que comme validation, ce qui prépare le passage à une définition mathématique. Dans cette activité, il convient de faire travailler les variables didactiques : orientation de l'axe (axe vertical et axe horizontal), position de la figure par rapport à l'axe et complexité de la figure (qui est limité par la taille du géoplan 6x8). On garde en tête bien sûr le fait qu'il faudra plus tard se débarrasser du pliage, et on valorise les reconnaissances directes, mais sans jamais les rendre obligatoires.

CE2 S17 Reproduction de solides en pailles	
Objectif (s) : identifier les arêtes et les sommets des polyèdres.	Compétences en jeu : identification des polyèdres, repérage dans l'espace.
Argument : apprendre une nouvelle représentation des solides.	
Matériel : pailles à boire, plastique transparent adhésif, feuilles de papier Bristol, ciseaux.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : rappel de l'activité S8 de CE1. Discrimination des objets qui roulent de ceux qui ne roulent pas. On va pouvoir reproduire ceux qui ne roulent pas, les polyèdres avec des pailles et des rotules. Présenter un objet réalisé en paille et le décrire pour comprendre comment on le construit : il y a les pailles correspondants aux arêtes et les rotules correspondants aux sommets. 2. <i>Groupe de deux</i> : choisir un objet et le décrire, arête par arête, et sommet par sommet. Faire une fiche de commande pour pailles et rotules. 3. <i>Groupe de deux</i> : les éléments commandés ayant été reçus, monter l'objet. Si ça ne marche pas, utiliser la feuille de commande pour repérer les erreurs et refaire une commande. 4. <i>Classe entière</i> : bilan dans mémento de géométrie. 	
Problématique : il s'agit de se servir des pailles pour identifier les polyèdres. De même que dans le plan il faut identifier les polygones pour commencer à appréhender les sommets et les côtés, et pouvoir ainsi passer de la description globale à la description locale, dans l'espace il va falloir identifier les seuls solides sur lesquels on peut relativement facilement travailler : les polyèdres. La représentation en pailles exige une description précise des arêtes et des sommets pour commander le bon nombre d'arêtes à la bonne longueur, et le bon nombre de rotules avec le bon nombre de branches, en fonction du nombre d'arêtes y arrivant.	

CE2 Po1 Découverte des polygones articulés	
Objectif (s) : installer un matériel de production et de reproduction des polygones.	Compétences en jeu : les relations entre les différents quadrilatères.
Argument : se fabriquer tous les polygones que l'on veut.	
Matériel : bandes de carton rigide de 1cm de large, rigidifiées par du plastique adhésif, punaises, support de format A4 pour planter le montage avec les punaises. Polygones à reproduire.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : découverte du matériel : on a des bandes de carton qu'il faut découper à la bonne longueur, et des punaises pour les solidariser. On apprend à intercaler une feuille blanche entre le montage et le support, et à passer directement à la représentation en joignant les trous des punaises. 2. <i>Groupe de deux</i> : réalisation de polygones. On commande des longueurs de bandes et des punaises. On essaie de comprendre en quoi le triangle est un cas particulier. 3. <i>Classe entière</i> : verbalisation des propriétés des polygones. 	
Problématique : ce matériel présente au moins deux intérêts. D'abord c'est une matérialisation de polygones qui va permettre la prise de sens par la manipulation, et une construction immédiate par l'utilisation des trous des punaises. Et c'est aussi un outil dynamique qui permet de construire la famille de tous les polygones qui ont les mêmes côtés, dans ses ressemblances et dans ses différences. Dans cette séquence, il s'agit de découvrir le matériel, de fabriquer quelques polygones et de s'apercevoir que le triangle est rigide au contraire des autres polygones. L'activité de commandes du matériel oblige à anticiper sur la forme par une description identifiant les côtés par la longueur des bandes et les sommets par le nombre de punaises. On doit ainsi s'apercevoir de la propriété fondamentale des polygones qui est qu'ils ont autant de côtés que de sommets.	

CE2 S18 Description de solides	
Objectif (s) : consolider les concepts de sommets, faces et arêtes.	Compétences en jeu : identification des polyèdres, repérage dans l'espace.
Argument : apprendre à reconnaître des solides différents.	
Matériel : différents solides, boîtes du commerce ou matériel pédagogique.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Rappel de l'activité S 17 2. <i>Classe entière</i> : rappel des critères de tri des solides. Consolidation du sens des sommets et des faces à l'aide des non polyèdres. Un cône a un seul sommet et une face. Un ballon n'a ni sommet, ni face. 3. <i>Classe entière</i> : On se propose de faire la carte d'identité des solides : « quelles informations devra-t-elle contenir pour qu'on puisse reconnaître le solide ? ». On se met d'accord sur un formulaire. 4. <i>Groupe de deux</i> : produire la carte d'identité du solide en utilisant le vocabulaire « sommet, face, arête ». 5. <i>Groupe de deux</i> : après avoir échangé les descriptions, retrouver le solide correspondant à la fiche. Confrontation, et remarques par écrit. 6. <i>Classe entière</i> : réalisation d'un aide-mémoire à trois dimensions pour retenir les trois mots. 	
Problématique : les notions de sommet, face et arête sont des notions difficiles. L'analogie avec le vocabulaire du plan est désastreuse : dans l'espace les élèves emploient spontanément le mot côté, une moitié de classe pour parler des faces latérales, et l'autre moitié pour parler des arêtes ! Une fois qu'ils ont à peu près identifié ces notions, la nouvelle difficulté est de mettre en place une procédure de comptage qui n'oublie pas d'éléments, et qui n'en compte pas un deux fois. Il est alors nécessaire que le groupe se mette d'accord sur un repérage. Il est possible de poser les doigts sur les sommets comptés quand ils ne sont pas trop nombreux. On peut marquer les arêtes ou les faces comptées. Mais le mieux est de repérer le solide dans l'espace avec une base (le bas ou le sol), un haut (le toit) et des faces latérales (les murs) qu'on compte en faisant le tour.	

CE2 Po2 Carrés et losanges	
Objectif (s) : identification du carré et du losange par leurs propriétés.	Compétences en jeu : reconnaissance globale du carré et du losange, parallélisme.
Argument : chercher tous les polygones à quatre côtés égaux.	
Matériel : bandes de même longueur de bristol renforcé, punaises, support découpé au format A4.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : rappel de la fabrication des polygones articulés. On se propose de fabriquer des carrés. Que faut-il commander ? quatre bandes de même longueur. On essaie d'anticiper sur le résultat : est-on sûr de réaliser des carrés ? 2. <i>Groupe de deux</i> : fabrication par les élèves de quadrilatères à côtés égaux. On distribue quatre punaises et quatre bandes de longueur égale. Chaque groupe dessine trois quadrilatères différents. On peut aussi dessiner la droite qui joint les sommets opposés. 3. <i>Classe entière</i> : chaque groupe va afficher au tableau un carré et un losange. Comment différencier carré et losanges ? On veut un critère objectif : l'équerre ou le coin de la feuille pour l'angle droit, et/ou le mesurage des diagonales. 4. <i>Groupe de deux</i> : recenser oralement les différences et les ressemblances. Verbaliser des critères de discrimination entre le carré et les losanges. 5. <i>Groupe de deux</i> : classement des losanges, puis passage à l'écrit : écrire sur des bandelettes des propriétés des losanges et des propriétés des carrés, et les afficher au tableau. 6. <i>Classe entière</i> : bilan dans le mémento de géométrie. 	
Problématique : on a là un outil dynamique qui permet de construire une famille de polygones dans ses ressemblances et dans ses différences. Dans les différences, il y a bien sûr les angles droits. Mais l'équerre est un outil peu efficace pour les valider, en particulier quand les figures sont placées au tableau, et qu'elles sont plus petites que l'équerre. On différencie bien plus facilement les losanges des carrés par les diagonales : un losange, c'est un carré « étiré », une diagonale diminue, et l'autre augmente. Et c'est en mesurant la grande diagonale que l'on va pouvoir classer les losanges. Mais un losange, c'est aussi un angle droit qui disparaît. Dans les ressemblances, il y a ce qui reste dans la structure, malgré la déformation : les quatre côtés égaux, et plus difficile 1) le parallélisme des côtés qui est finalement peu visible, et 2) l'orthogonalité des diagonales, qui se perçoit bien.	

Photos de quadrilatères à bandes égales

CE2 Po3 Droites perpendiculaires	
Objectif (s) : identifier et structurer la notion d'orthogonalité.	Compétences en jeu : propriétés des losanges et des carrés. Reconnaître les axes de symétrie.
Argument : chercher ce que tous les quadrilatères à côté égaux ont en commun.	
Matériel : bandes de même longueur de bristol renforcé, punaises, carton d'emballage découpé au format A4.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on reprend les polygones articulés à côtés égaux. On les décrit collectivement. Les élèves proposent des formulations des propriétés communes à tous ces quadrilatères. 2. <i>Groupe de deux</i> : on cherche les symétries qu'on valide par pliage exact. On obtient un angle droit que l'on va utiliser comme critère. On se construit une équerre personnelle sur ce modèle. 3. <i>Groupe de deux</i> : on écrit une phrase pour expliquer les propriétés des diagonales. 4. <i>Classe entière</i> : bilan et écriture dans le memento de géométrie. On vise la définition des droites perpendiculaires. 	
Problématique : l'objectif est ici de faire émerger le concept d'orthogonalité en situation, alors qu'il est quasi systématiquement introduit de manière magistrale, hors situation. Traditionnellement on fait tracer deux droites perpendiculaires avec l'équerre, et on appelle ce que l'on vient de tracer des droites perpendiculaires. Ici au contraire on essaie de structurer cette notion en situation. Une des difficultés est de passer de la reconnaissance de l'angle droit à la notion d'orthogonalité. On utilise aussi cette situation pour se construire une équerre comme gabarit d'un angle droit identifié.	

CE2 S19 Le pyjama des solides	
Objectif (s) : découverte du concept de patron.	Compétences en jeu : identification des polyèdres, repérage dans l'espace.
Argument : on va apprendre à faire le pyjama des solides.	
Matériel : toutes sortes de solides : des solides réalisés en pailles, des solides réalisés en polygones emboîtables, des polyèdres en bois massif.	
Dispositif :	
Séance 1 :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on va réaliser le pyjama de ces solides avec ces feuilles de papier. On peut commencer en prenant les empreintes, comme au CE1, et en collant ces empreintes sur le solide pour le recouvrir complètement. 2. <i>Groupe de deux</i> : on choisit un solide, on commande le bon nombre de feuille de format A5 pour prendre les empreintes, puis on colle les empreintes sur le solide. On régule collectivement. 3. <i>Groupe de deux</i> : on essaie de former le pyjama pour le ranger dans l'armoire. Pour cela il faut attacher correctement les empreintes les unes aux autres après les avoir détachées du solide. Pour le ranger, on met le pyjama à plat, on appelle ça le développement. 	
Séance 2 :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Groupe de deux</i> : on distribue à chaque élève la photocopie d'un développement réalisé par un autre groupe. Chacun essaie de reconstruire le solide. Quand c'est fini, on le compare avec le solide de départ. 2. <i>Classe entière</i> : On analyse les erreurs, et on se met d'accord sur le bilan à écrire dans le memento. 	
Problématique : c'est la première activité sur les patrons, où on arrive au patron par la prise d'empreintes. On peut procéder face par face, et coller en suite ces faces à plat, ou envelopper les faces, et découper le papier inutile.	

CE2 Ro3 Rosace à cinq branches	
Objectif (s) : description et reproduction d'une figure complexe.	Compétences en jeu : savoir identifier un cercle par son centre et son rayon.
Argument : apprendre à tracer une rosace pour pouvoir la reproduire dans la cour.	
Matériel : une super rosace pentagonale sur une affiche géante de 1m sur 1m. Une ébauche sur format A3 avec les cinq points du pentagone et le centre du cercle (on les prépare facilement en prenant des angles au centre égaux au cinquième du disque, ce qui fait 72°).	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière :</i> on affiche la rosace géante au tableau. On la décrit en grand groupe. Puis on élabore en commun des scénarios de reproduction : « comment on va faire ? » 2. <i>Individuellement :</i> on distribue une feuille A3 avec six points : le centre du cercle et cinq points équidistants sur le premier cercle. Chacun essaie de reproduire la rosace. 3. <i>Classe entière :</i> ceux qui pensent avoir réussi viennent au tableau expliquer comment ils ont faits sur la grande rosace. On essaie de formuler le plus simplement possible les différentes stratégies de reproduction. 4. <i>Individuellement :</i> chacun fait sa rosace définitive. Il est possible de remplacer les formes courbes par des polygones : hexagone, triangle équilatéral, cerf-volant. On la personnalise au crayon de couleur ou à la peinture pour la montrer à la famille. 	
Problématique : un des obstacles est l'omniprésence muette de la rosace à six branches. Le choix a été fait de proposer les six points du cercle de base : les cinq sommets du pentagone et le centre du cercle. Or le centre du cercle ne sert pas dans la construction. Il est cependant nécessaire de le voir pour se représenter le cercle, et de tenter de l'utiliser pour s'apercevoir que ce n'est pas la solution.	

Dessins de rosaces centre et côté (dont une avec les polygones)

CE2 Sp1 Tracer des spirales et des toiles d'araignée

Objectif (s) : travailler le tracé dans une situation fonctionnelle. **Compétences en jeu :** décrire une forme géométrique en vue de la reproduire.

Argument : produire de beaux tableaux géométriques.

Matériel : les spirales à tracer en deux présentations : des réalisations en grand format posées au tableau, et des esquisses de format A3 avec les éléments nécessaires pour commencer le travail.

Dispositif :

1. Rappel de l'activité V1 de CE1.
2. *Classe entière* : décrire la figure affichée au tableau. Anticiper sur l'algorithme de construction, se mettre d'accord en le formulant précisément.
3. *Groupe de deux* : réaliser chacun son tracé en s'entraîdant quand on n'y arrive pas.
4. *Classe entière* : afficher les productions au tableau, les commenter, et formuler les difficultés et les savoir-faire efficaces.
5. *Individuellement* : s'approprier le produit en le coloriant ou en le peignant.
- 6.

Problématique : on mise comme souvent sur l'aspect gratifiant de la réalisation. C'est très motivant pour les élèves, et il faudra toujours conclure par une séance libre où chaque élève pourra personnaliser son travail pour l'emporter à la maison. Mais cette activité permet aussi de travailler des compétences tout à fait mathématiques dans une situation qui leur donne tout leur sens. D'abord cela permet de travailler le tracé, et de formuler précisément les savoir-faire efficaces. Ensuite la reproduction suppose une attitude intellectuelle qui n'a rien à voir avec une imitation passive : il faut savoir analyser la figure à reproduire, et en déduire l'algorithme de construction.

Dessins de spirales (triangle, carré et hexagone)

Cours moyen 1^{ère} année

Espace

On continue le travail sur la spatialité par le codage et l'utilisation du plan communal.

Un des objectifs reste la construction mentale des objets de l'espace. Cette construction est travaillée par le patron, mais aussi par l'apprentissage de la représentation. La situation des polyminos permet de prendre conscience qu'il ne suffit pas d'avoir toutes les faces pour faire un patron, il faut aussi respecter un certain agencement de ces faces, et que ce n'est qu'à ces conditions que l'on peut « former » de l'espace, produire de l'espace.

Ensuite avec les tétracubes on réalise une première vraie représentation de l'espace. On a enfin là un outil qui permet de traiter des solides en leur absence, ce qui crée les meilleures conditions de la reconstruction intellectuelle de l'espace.

Plan

Concernant les formes du plan, de même qu'au CE2 on a structuré le carré et le losange, et grâce à eux la perpendicularité, au CM1 on se centre sur les rectangles et les parallélogrammes, ce qui permettra de traiter le parallélisme. Comme au CE2, on travaillera ces concepts dans deux situations, avec deux types de matériels, le géoplan et les polygones articulés. La recherche des polygones articulés à deux fois deux bandes égales permettra de consolider les connaissances sur le rectangle, et de faire émerger le rapport entre rectangles et parallélogramme.

La recherche de tous les rectangles à base oblique sur le géoplan 6x8 permettra de travailler dans trois directions : l'identification du rectangle par ses propriétés d'une part, la consolidation des savoirs sur les droites perpendiculaires d'autre part, et enfin la poursuite des calculs d'aire. La difficulté est là de ne pas travailler tous les objectifs à la fois.

La recherche sur géoplan des quadrilatères acceptant une diagonale consolidera les connaissances de propriétés déjà vues dans d'autres situations.

Relations et mesure

C'est le parallélisme qui est principalement travaillé au CM1. Concernant la différenciation aire – périmètre, le périmètre, la symétrie et le codage par les coordonnées cartésiennes, le travail au CM1 est dans le prolongement du travail au CE2, dans le cadre d'une progression qui englobe les trois années du cycle.

C'est par l'intermédiaire des polygones articulés à deux fois deux côtés égaux que l'on va identifier, puis définir la notion de droite parallèle. Il apparaît que c'est sur les rectangles, puis sur les parallélogrammes, et sur les deux longs côtés, que l'on peut identifier le mieux des droites parallèles. On va relier le parallélisme à l'image mentale de la bande, et à la propriété de l'écartement constant, écartement que l'on mesure en traçant la perpendiculaire commune aux deux droites parallèles.

Cours moyen première année : progression de niveau

CM1	PERIODE 1	PERIODE 2	PERIODE 3	PERIODE 4	PERIODE 5
ESPACE	S20 Construction de boîtes sans couvercle <i>apprendre à former de l'espace</i>	S21 Construction de dés <i>comprendre la contrainte des faces adjacentes pour construire un patron</i>	S22 Construction de boîtes de petits beurres <i>apprendre à fabriquer des boîtes</i> P4 Plan communal <i>apprendre à utiliser une carte</i>	S23 Description plane du cube <i>approche de la représentation plane des objets de l'espace</i> S24 Représentation des tétracubes par des gommettes de cubes <i>première représentation des tétracubes</i>	S25 Représentation des tétracubes par des gommettes quadrilatères <i>représentation des tétracubes avec le code couleur</i>
	M10 Production de rosaces avec les mosaïques <i>Apprendre à décrire</i>	G14 Trouver et classer tous les rectangles du géoplan <i>caractériser le rectangle, et calculer aire du rectangle et du triangle rectangle sur un quadrillage.</i>	Ro4 Rosaces à quatre branches <i>montrer la variété des rosaces, et donner quelques pistes pour en inventer de nouvelles</i>	Po4 Rectangles et parallélogrammes <i>comprendre les rapports du rectangle et des parallélogrammes.</i>	G16 Quadrilatères sur géoplan <i>caractérisation des principaux quadrilatères.</i>
	M11 Symétrie sur rosaces en mosaïques <i>lier la symétrie à l'économie de représentation qu'elle permet.</i>	M12 Classement de formes en mosaïques <i>différencier aire et périmètre</i>	G15 Coordonnées sur géoplan <i>comprendre que le repérage nécessite une convention</i>	Po5 Droites parallèles <i>structurer le parallélisme</i> Po6 Traceur de parallèles <i>se construire un outil de géométrie</i>	Po7 Périmètre sur polygones articulés <i>structurer le périmètre des polygones</i>
RELATION MESURE					

CM1 S20 Construction de boîtes sans couvercle

Objectif (s) : apprendre à former de l'espace.

Compétences en jeu : habileté manuelle, compétences de résolution de problèmes.

Argument : apprendre à construire des boîtes sans couvercle.

Matériel : feuille A3 quadrillée en 3 cm sur 3cm, ciseaux, ruban adhésif. Une boîte sans couvercle.

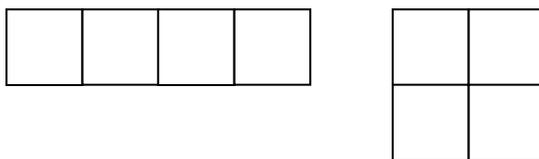
Dispositif :

1. *Classe entière* : on veut construire cette boîte sans couvercle. Comment est-elle construite ? Toutes les faces sont des carrés : on doit donc pouvoir la reconstruire à partir de carrés attachés par un côté. On va essayer d'assembler des carrés. Ceci est un domino, c'est un assemblage de deux carrés par un côté. Ceci est un trimino, c'est un assemblage de trois carrés. Ceci en est un autre.
2. *Individuellement* : trace sur ton papier quadrillé tous les quadriminos que tu peux imaginer. Combien y'en a-t-il ? (5). Découpe-les, puis essaie de les plier et de coller les bords pour former un godet. Fabriquer des godets quand c'est possible.
3. *Individuellement* : même chose avec quinquaminos, il y en a 12 ! Lesquels forment des boîtes sans couvercles ? Fabriquer des boîtes sans couvercle quand c'est possible.
4. *Classe entière* : récapituler les quadriminos qui forment des godets et les quinquaminos qui forment des boîtes sans couvercle.

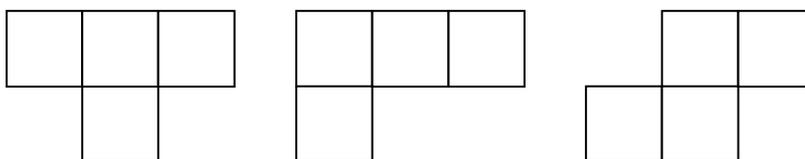
Problématique : c'est un travail de type déductif, où la part de recherche est assez limitée. Il ne s'agit pas de faire une recherche exhaustive des polyminos de chaque niveau. L'objectif est avant tout de comprendre la contrainte des faces adjacentes, c'est-à-dire que certains assemblages forment un objet de l'espace si on les plie convenablement, et d'autres non.

Les cinq quadriminos

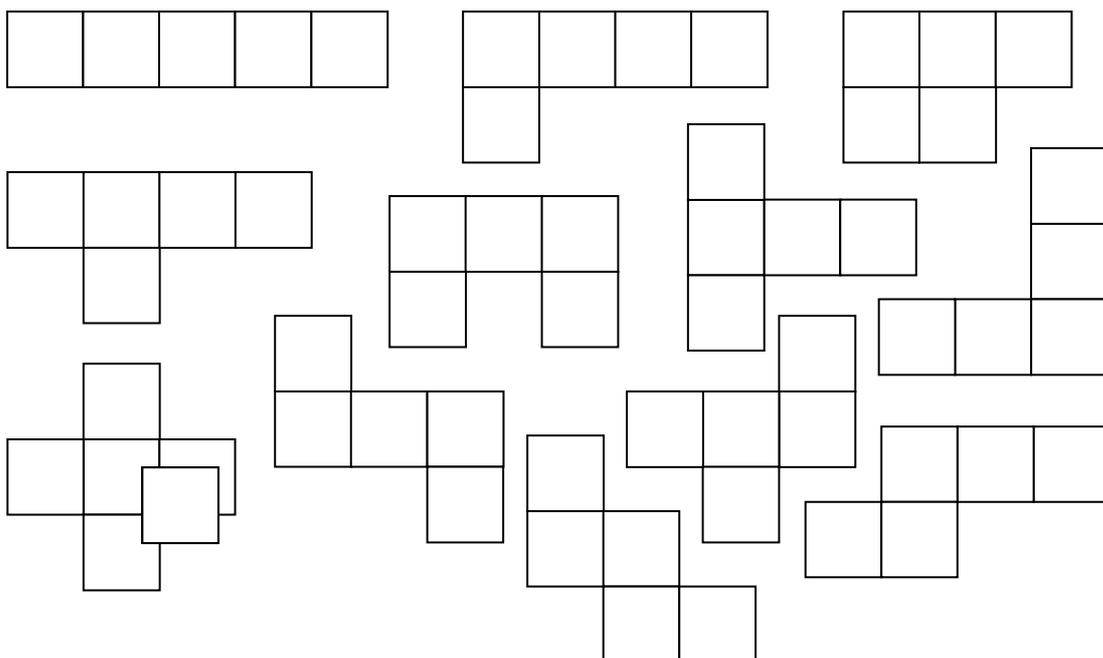
Deux quadriminos qui ne forment pas des godets



Trois quadriminos qui forment des godets



Les douze quinquaminos



CM1 M10 Production de rosaces avec les mosaïques	
Objectif (s) : travailler la description.	Compétences en jeu : texte descriptif.
Argument : reconnaître la mosaïque d'un autre élève par sa description.	
Matériel : le matériel mosaïque, une fiche de description (quantitative et qualitative).	
Dispositif : <u>Séquence 1 :</u> <ol style="list-style-type: none"> <i>Groupe de deux :</i> tri de photos de montages réalisés avec le matériel mosaïque. On identifie alors les rosaces, et on essaie de trouver des mots pour les caractériser. <i>Groupe de deux :</i> production d'une rosace avec trente pièces maximum. Photographie des rosaces. <i>Groupe de deux :</i> production de la fiche de description quantitative et qualitative de la rosace produite : qu'est-ce que c'est ? et quelles pièces ont été utilisées ? <i>Groupe de deux :</i> production de la recette de construction : pour réaliser cette rosace, il faut ... <u>Séquence 2 :</u> <ol style="list-style-type: none"> <i>Individuellement :</i> distribution d'un couple fiche – recette à chaque élève. Il doit retrouver la rosace qui a donné lieu à la description. Il explique par écrit comment il a reconnu la rosace. <i>Individuellement :</i> faire des remarques sur la recette, et proposer des améliorations. <i>Classe entière :</i> bilan sur la recette de construction. 	
Problématique : le tri initial a pour objectif de faire identifier les rosaces. Généralement les élèves commencent par trier les objets figuratifs et les objets mathématiques, avec parfois un reste inclassable. La catégorie rosace apparaît souvent à ce stade. Si ce n'est pas le cas, il faut alors trier les objets mathématiques, et là les rosaces apparaissent. La rosace s'identifie bien globalement, mais par contre il est particulièrement difficile d'en faire une définition mathématique. Il s'agit dans cette activité de multiplier les modes d'information pour pouvoir quand même les identifier. Puis de tester ces descriptions en essayant de reconnaître la rosace décrite.	

CM1 M11 Symétrie sur rosaces en mosaïques	
Objectif (s) : lier la symétrie à l'économie de représentation qu'elle permet.	Compétences en jeu : sens de la symétrie par pliage.
Argument : garder la mémoire d'une rosace réalisée avec le matériel mosaïque, alors qu'on doit rendre le matériel à la fin de l'heure.	
Matériel : le matériel mosaïque, ainsi que les gommettes.	
Dispositif : <ol style="list-style-type: none"> <i>Groupe de deux :</i> réaliser des rosaces avec le matériel mosaïque, avec un nombre maximum de pièces (par exemple 40, parce qu'on utilise des multiples de 12 pièces, ici 36). <i>Classe entière :</i> valider les rosaces en croisant les groupes. Maintenant il faut trouver un moyen de garder la mémoire de cette magnifique rosace par une représentation sur papier (les photographies, c'est cher !). On peut dessiner la rosace en se servant des pièces comme gabarit, ou réaliser le motif en gommettes, mais ce n'est pas nécessaire de tout représenter. <i>Groupe de deux :</i> on commence le travail, et on s'arrête quand on pense que la représentation est suffisante pour reconstituer la rosace entière. <i>Classe entière :</i> il faut se mettre d'accord sur un codage pour savoir comment on reconstitue la rosace à partir du motif de base. Il y a le problème des figures qui sont à cheval. Certaines peuvent se partager (l'hexagone et le losange bleu, mais pas toujours, et d'autres non). <i>Classe entière :</i> on fait le bilan par rapport à la symétrie. 	
Problématique : une fois que les élèves ont appris à identifier les rosaces, ils apprennent vite à les construire. Or une fois construite, il faut rendre les mosaïques pour une autre classe, et la rosace est perdue. Il faut donc trouver un moyen de garder la mémoire de ces rosaces. Il s'agit de ne garder que l'information utile, en général le quart. Les élèves comprennent assez vite que la moitié suffit, mais on du mal à passer au quart. Il y a également tout un travail à mener sur le codage. En particulier le problème de la représentation des pièces qui sont coupées par le milieu. La solution est sans doute d'utiliser le trait pointillé pour signifier la droite virtuelle qu'est l'axe de symétrie. Il y a évidemment un problème théorique, c'est que la transformation mathématique qui donne tout leur sens aux rosaces est la rotation, et non la symétrie. Donc la façon la plus simple de reproduire la rosace est de repérer le motif de base, et de le reproduire en tournant. Et il est donc possible que des élèves trouvent cette solution. Si c'est le cas, il faut bien sûr l'accepter. Cependant pratiquement toutes les rosaces produites spontanément par les élèves admettent au moins deux axes de symétrie perpendiculaires. On peut classer les rosaces en fonction du polygone régulier central à partir duquel on la construit. Soit c'est un point, soit c'est le triangle équilatéral et il y a trois axes de symétrie, soit c'est le carré, et il y a quatre axes de symétrie, soit c'est l'hexagone, et il y a six axes de symétrie. Seules les rosaces construites à partir du triangle équilatéral n'admettent pas deux axes de symétrie perpendiculaires. Donc cette situation fonctionne, mais il faut savoir qu'on peut tomber sur des rosaces non symétriques.	

CM1 S21 Constructions de dés

Objectif (s) : comprendre la contrainte des faces adjacentes pour construire un patron. **Compétences en jeu :** habileté manuelle.

Argument : apprendre à construire des dés et des boîtes.

Matériel : feuille A3 quadrillée en 3 sur 3, ciseaux, scotch.

Dispositif :

1. Rappel de la séquence S20
2. *Classe entière* : maintenant que l'on sait construire des boîtes cubiques sans couvercle, on va construire une boîte cubique avec couvercle, et des dés, qui ont la même forme. Combien faut-il assembler de carrés ? Oui, 6. Alors on va tracer sur le papier quadrillé des assemblages de 6 carrés. Puis on va les découper pour faire un cube
3. *Groupe de deux* : on se lance dans le travail. Quand un assemblage marche, on vient le poser au tableau.
4. *Classe entière* : on récapitule tous les patrons du cube. Puis on fabrique des dés.
5. Prolongements :
 - a) dessiner les constellations des dés sur le développement des faces.
 - b) fabriquer le patron d'une boîte avec double fond, parce que c'est le fond qui doit être solide.
 - c) fabriquer le patron d'une boîte sans couvercle, mais avec double fond.

Problématique : c'est un travail de type déductif, où la part de recherche est assez limitée. Il ne s'agit pas de faire une recherche exhaustive des sexaminos. L'objectif est avant tout de comprendre la contrainte des faces adjacentes, c'est-à-dire que certains assemblages forment un objet de l'espace si on les plie convenablement, et d'autres non. Ici il faut essayer de faire deviner aux élèves la solution au problème sur le patron, en essayant de voir dans sa tête comment le patron se plie dans l'espace.

CM1 G14 Trouver et classer tous les rectangles du géoplan

Objectif (s) : caractériser le rectangle, et calculer aire du rectangle et du triangle rectangle sur un quadrillage. **Compétences en jeu :** reconnaissance globale du rectangle, angle droit.

Argument : apprendre à ranger des rectangles.

Matériel : un géoplan 6x8 par binôme. Un grand géoplan dessiné sur du Velléda au tableau.

Dispositif :

Séance 1 :

1. *Groupe de deux* : faire le plus petit rectangle et le plus grand possible sur le géoplan 6x8. Faire différents autres rectangles. Ne pas oublier les penchés (à base non horizontale, c'est-à-dire oblique). En faire trois différents par groupe.
2. *Classe entière* : comment être sûr que ce sont des rectangles ? On utilise un coin de feuille pour vérifier que les angles sont droits..
3. *Groupe de deux* : faire deux rectangles droits et deux rectangles penchés, et les ranger du plus petit au plus grand.
4. *Classe entière* : au CE1, on superposait les carrés pour les comparer. Avec les rectangles ça ne marche plus. Il faut compter les carreaux qui composent le rectangle. Pour les droits c'est facile, c'est une multiplication. Mais c'est plus difficile pour les penchés. On écrit la formule de l'aire du rectangle dans le memento.

Séance 2 :

1. *Classe entière* : il y a trop de rectangles pour qu'on puisse les avoir tous. On va se contenter de chercher tous les rectangles à base oblique (il y en a 7 et on peut rajouter un carré oblique si on veut).
2. *Groupe de deux* : on va en chercher chacun trois, puis les colorier, les découper, et aller les fixer au tableau. Puis on va valider en groupe classe : tous ces polygones sont-ils bien des rectangles, et les a-t-on tous trouvés ?
3. *Classe entière* : on se met d'accord sur une trace écrite expliquant comment on reconnaît un rectangle.

Séance 3 :

1. *Groupe de deux* : on reprend les huit rectangles à base oblique trouvés, et on va essayer de les classer du plus petit au plus grand. Les découpages, c'est trop compliqué ! On va donc compter le nombre de carreaux élémentaires, puis les moitiés, puis les autres.
2. *Classe entière* : on définit l'aire comme étant le nombre de carreaux exactement contenus à l'intérieur de rectangle.

Problématique : il y a plusieurs objectifs. La séance 1 permet de trouver la formule de l'aire du rectangle. La séance deux a pour objectif d'aboutir à la définition du rectangle et de consolider le sens de l'angle droit. On doit trouver un critère permettant de trier les rectangles des parallélogrammes. Il y en a deux : les quatre angles doivent être droits, et l'équerre permet de le vérifier, mais on peut aussi travailler avec les deux diagonales qui doivent être égales. C'est une conception qui interprète le parallélogramme comme un rectangle « étiré ». Dans la séance trois il s'agit de construire la notion d'aire en l'associant étroitement au nombre de carreaux élémentaires emprisonnés par les côtés. Cette activité est déjà très mathématique, et permet d'aborder plusieurs obstacles classiques : le rectangle de côté 1 et 2 est le même quelque soit son emplacement, il y a des rectangles « penchés », entre autres. On doit également apprendre à calculer l'aire du triangle rectangle en divisant par deux l'aire du rectangle. C'est sans doute la partie la plus difficile de l'activité.

Documents rectangle page 92 et 93

CM1 M12 Classement de formes en mosaïques	
Objectif (s) : différencier périmètre et aire, renforcer le sens de l'aire d'une figure.	Compétences en jeu : savoir décomposer une figure complexe en figures simples connues.
Argument : ranger des figures de la plus petite à la plus grande.	
Matériel : le matériel mosaïque, des assemblages de mosaïques (sans carrés et sans losange blanc, ou alors avec un nombre égal de carrés et de losanges blancs).	
Dispositif :	
<u>Séance 1 :</u>	
<ol style="list-style-type: none"> <i>Classe entière :</i> on veut ranger plusieurs figures de la plus petite à la plus grande. Il y a deux façons de ranger ces figures. Soit on compte combien il y a de côtés élémentaires, soit on décompose la figure en mosaïques, et les mosaïques en triangles verts, et on compte combien il y a de triangles. <i>Groupe de deux :</i> on divise la classe en deux, la moitié mesure le tour, l'autre moitié compte les triangles. On fait le travail, et on propose deux classements. Pour les triangles, Il y a parfois plusieurs décompositions possibles qui doivent donner le même résultat. <i>Classe entière :</i> on constate que les classements sont différents. 	
<u>Séance 2 :</u>	
<ol style="list-style-type: none"> <i>Groupe de deux :</i> on refait le travail avec une deuxième série qui ne se résout pas aussi facilement (avec des carrés par exemple). <i>Classe entière :</i> en bilan on formule le résultat : le périmètre d'une figure, c'est la somme des longueurs des côtés, et l'aire d'une figure, c'est le nombre d'éléments étalons qui la composent. 	
Problématique : il s'agit simplement de faire comprendre qu'il y a deux façons de comparer des figures, que la grandeur est une notion trompeuse. Cette activité pourrait se faire avant le calcul d'aire sur géoplan, où on peut mesurer. Ici on ne fait que comparer, sans mesurer. On peut en introduction faire classer les douze quinquaminos de la séquence S20. Ils ont la même aire, puisqu'ils sont tous formés de cinq carrés élémentaires. Il faut donc trouver un autre moyen de les comparer, compter le nombre de côtés par exemple !	

CM1 S22 Construction de boîtes de petits beurrés	
Objectif (s) : apprendre à fabriquer des boîtes.	Compétences en jeu : décomposition multiplicative. Appréhension globale des objets de l'espace.
Argument : construire des étuis de gâteaux.	
Matériel : des paquets de petits beurrés. Des gâteaux découpés dans du contre-plaqué, du carton, des ciseaux, règle, gomme et crayon.	
Dispositif :	
<u>Séance 1 :</u>	
<ol style="list-style-type: none"> <i>Classe entière :</i> découverte : « Voici une boîte de gâteaux. Comment les gâteaux sont-ils rangés ? » Description du paquet : faces, arêtes, sommets. Ouverture du paquet, description du rangement $6 \times 4 = 24$. Observation d'un développement de la boîte (découpée au cutter par le maître).. <i>Groupe de deux :</i> « trouver deux autres rangements des 24 gâteaux. » <i>Classe entière :</i> validation et bilan : on récapitule les rangements trouvés dans une grande affiche.. 	
<u>Séance 2 :</u>	
<ol style="list-style-type: none"> <i>Groupe de deux :</i> choisir un rangement, trouver les dimensions de la boîte correspondant à ce rangement. Construire ces boîtes correspondantes. On peut emballer les gâteaux dans du papier et prendre l'empreinte. On peut aussi dessiner les faces et les assembler pour faire le patron. <i>Classe entière :</i> validation et bilan en grand groupe. 	
Problématique : les élèves connaissent le développement. Là, il s'agit de travailler la construction, c'est-à-dire de concevoir des boîtes sans modèle. On propose de construire le patron par enveloppement et prise d'empreinte. Il ne s'agit pas de faire un travail exhaustif, mais que chaque groupe réussisse à construire au moins une boîte.	

CM1 P4 Plan communal	
Objectif (s) : apprendre à lire des cartes.	Compétences en jeu : structuration de l'espace.
Argument : se construire la ville dans la tête.	
Matériel : le plan de la commune ; une photographie aérienne de la commune, ou du quartier si l'école se trouve dans une grande ville.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on essaie de reconnaître des éléments sur la photographie aérienne : les étendues d'eau, les espaces boisés, les routes et chemins de fer, des bâtiments officiels, etc. Quand quelqu'un croit reconnaître quelque chose, il doit argumenter pour convaincre les autres. 2. <i>Groupe de trois ou quatre</i> : la photographie est découpée en huit morceaux, et photocopiée. Chaque groupe reçoit un morceau, et doit le coder. Il y a un code couleur : bleu pour les étendues d'eau, vert pour la végétation, noir pour les voies de communication. Puis il faut légender avec de petites étiquettes. 3. <i>Groupe de trois ou quatre</i> : les groupes échangent les projets, les analysent, et note leurs remarques. Chaque groupe reprend sa partie de plan, et réalise le plan définitif. 4. <i>Classe entière</i> : on reconstitue le plan définitif, et on fait les ultimes corrections. 	
Problématique : il n'y a pas de meilleure façon d'apprendre à utiliser un outil que de le produire. Mais pour le produire, il faut trouver une situation où les conditions sont assez simplifiées pour le rendre possible. La photographie aérienne est là une aide précieuse. On trouve désormais dans le commerce des photos réalisées par satellite d'une précision étonnante. C'est un investissement très utile pour l'école. Il faut diviser l'effectif de la classe par huit pour faire les groupes : c'est pour cela qu'on ne peut décider a priori du nombre d'élèves par groupe.	

CM1 Ro4 Rosaces à quatre branches	
Objectif (s) : montrer la variété des rosaces, et donner quelques pistes pour en inventer de nouvelles.	Compétences en jeu : maîtrise des instruments géométriques.
Argument : apprendre à inventer de très beaux dessins.	
Matériel : compas, rosaces grand format, cercles découpés en arc égaux.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : les diverses rosaces à six et cinq branches sur lesquelles on a déjà travaillé sont affichées au tableau. On essaie de se rappeler comment elles ont été tracées. Puis on affiche les rosaces à quatre branches. On devra en reproduire une. On se projette dans l'activité en verbalisant les différentes étapes du tracé. 2. <i>Groupe de deux</i> : il faut tracer individuellement sa rosace à quatre branches à partir du cercle divisé en quatre arcs égaux. On doit s'entraider dans le groupe de deux. 3. <i>Classe entière</i> : Afficher les productions au tableau, et les analyser collectivement. 4. <i>Individuellement</i> : expliquer par écrit comment il faut faire (pour l'autre CM1). 5. <i>Individuellement</i> : colorier ou peindre la rosace produite pour l'emmener chez soi. En refaire une autre plus élaborée si on veut. 	
Problématique : il s'agit d'ouvrir une porte, et de laisser les élèves explorer ce domaine à leur guise. C'est là l'essentiel, mais on doit aussi utiliser ces activités pour « parler mathématique ».	

Dessins de rosaces à quatre branches (carré et côté)

CM1 G15 Coordonnées sur géoplan	
Objectif (s) : structurer le repérage conventionnel par les coordonnées.	Compétences en jeu : savoir utiliser un tableau carré.
Argument : faire reproduire une forme dessinée sur géoplan à partir d'un message qui la décrit.	
Matériel : le matériel géoplan. Un imprimé de message à remplir.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Groupe de deux</i> : inventer une forme simple sur géoplan avec des perles. Un objet figuratif est le bienvenu, mais la seule contrainte est le nombre de perles à utiliser (8 maximum par exemple). Rédiger ensuite un message expliquant comment on peut le reproduire. 2. <i>Groupe de deux</i> : échanger les messages entre deux groupes, et commencer à reproduire la forme. Il est possible de renvoyer le message avec demande d'explications par écrit. 3. <i>Classe entière</i> : on analyse les codages utilisés par les messages les plus efficaces. Et on se met d'accord sur une convention. On fait une trace écrite de bilan. 	
Problématique : avec l'activité G11 de CE2, on a fait émerger la nécessité d'une convention commune à toute la classe pour coder les points du géoplan. Si la situation est la même, on la traite avec quelques différences. D'abord on fait tracer la forme avec des perles, et pas avec des élastiques. Cela oblige à donner les sommets dans un certain ordre, et pas en vrac. Et donc à tenir compte de cette contrainte quand on se mettra d'accord sur une convention. L'autre différence est qu'au moment du bilan, si la méthode experte n'est pas apparue « spontanément », on la présente comme la plus efficace. On préfère les nombres aux lettres parce que ça ouvre la voie de la géométrie aux calculs, mais cet argument décisif n'est malheureusement pas accessible aux élèves de cycle 3.	

CM1 S23 Description plane du cube	
Objectif (s) : décomposer des photos de cube en trois quadrilatères.	Compétences en jeu : « voir » dans l'espace.
Argument : chercher le meilleur moyen de donner dans un dessin l'illusion du volume du cube.	
Matériel : des photocopies de multiples photos du cube élémentaire. Il faudra en particulier y joindre les photos avec les deux points de vue qui nous intéressent.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : comment représenter ce cube ? Il faut en voir le plus possible : il faut donc éliminer les points de vue qui ne montrent qu'une ou deux faces. 2. <i>Groupe de deux</i> : il faut décrire ce que l'on voit : ce sont des quadrilatères. Pour les préciser, on se sert de papier blanc fin comme de papier calque pour tracer les contours des faces. Choisir les quadrilatères qui vont donner le mieux l'illusion de la perspective. Du point de vue des formes, on choisit deux modèles, les trois losanges d'une part le carré et les deux parallélogrammes d'autre part. Pour les couleurs, c'est clair pour la face du dessus, foncé pour la face de droite, et entre les deux pour la face frontale. 3. <i>Classe entière</i> : on fait un bilan, et une trace écrite dans le mémento de géométrie. 	
Problématique : il faut mettre les élèves devant le paradoxe : on veut donner l'impression du volume sur une feuille de papier. Il faut d'abord s'apercevoir que les faces carrées du cube ne se voient pas carrées, et donc apprendre à voir des quadrilatères connus dans les photos des cubes. Les identifier, puis les représenter. Et enfin convenir d'un code couleur qui donne au mieux l'illusion de l'espace. Il y a un paradoxe à vouloir faire l'apprentissage de la perspective : on travaille sur des solides, et pour les convoquer sur papier il faut pouvoir les reconnaître, ce que l'on ne peut pas sans une technique de représentation. Travailler sur des photos résout ce paradoxe : on a une instance permettant de travailler sur les solides avant de connaître la représentation en perspective, et qui permet justement d'en faire l'apprentissage.	

Photos de cube élémentaire 11 à 18

CM1 S24 Représentation des tétracubes par des gommettes de cubes	
Objectif (s) : apprendre à représenter les tétracubes avec des gommettes de cubes.	Compétences en jeu : reconnaissance des objets de l'espace. Avoir identifié les huit tétracubes.
Argument : garder dans son memento une représentation des tétracubes.	
Matériel : deux séries de gommettes identiques représentant les cubes élémentaires dans les deux modèles.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Groupe de deux :</i> le maître a quatre cubes. Il construit la tour en posant les cubes un par un. En même temps les élèves posent les gommettes une par une sur leur feuille de papier. On recommence avec la barre. 2. <i>Classe entière :</i> on fait un bilan, et on formule la méthode : on pose d'abord le cube du bas, puis on pose les autres cubes par dessus en posant le nouveau cube sur la face cachée . 3. <i>Groupe de deux :</i> on se distribue les sept tétracubes restants, un par groupe, et on essaie de les représenter. Les deux groupes ayant cherché sur le même tétracube confrontent leurs résultats. 4. <i>Classe entière :</i> on fait le bilan, et chaque élève réalise la représentation de chaque tétracube dans son memento. On formule qu'il faut recouvrir la face de contact entre les cubes élémentaires. 	
Problématique : on a là une activité où on construit dans le plan des représentations d'objets de l'espace en reprenant pas à pas chacune des étapes de la construction de ces objets dans l'espace. La mémoire de la construction de l'objet de l'espace guide donc la production de la représentation. Il s'agit là du passage classique de la manipulation réelle à la manipulation pensée, étape vers la construction du concept expert –ici la représentation en perspective.	

Photos de représentations

CM1 Po4 Rectangles et parallélogrammes	
Objectif (s) : comprendre les rapports du rectangle et des parallélogrammes.	Compétences en jeu : propriétés des diagonales.
Argument : classer tous les quadrilatères construits avec deux fois deux côtés égaux.	
Matériel : réglettes de carton rigide, punaises.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière :</i> on veut tracer des rectangles : de quoi a-t-on besoin ? De deux grandes réglettes et de deux petites réglettes, d'accord. Mais avec ces quatre côtés est-on sûr de faire des rectangles ? 2. <i>Groupe de deux :</i> fabrication par les élèves de ces quadrilatères. On distribue quatre punaises et deux fois deux réglettes de longueur égales. Chaque groupe va dessiner trois quadrilatères différents. On va dessiner aussi la droite qui joint les côtés opposés. Chaque groupe découpe ses polygones et va les afficher au tableau. 3. <i>Classe entière :</i> On trie ces quadrilatères : il faut arriver à un classement en trois groupes : les rectangles, les cerfs-volants et les parallélogrammes. Recenser oralement les différences et les ressemblances. 4. <i>Groupe de deux :</i> passage à l'écrit : écrire sur des bandelettes des propriétés des losanges, des cerfs-volants et des carrés, et les afficher au tableau. 5. <i>Classe entière :</i> bilan et écriture dans le memento de géométrie. 	
Problématique : ce matériel permet de construire une famille de polygones et donc de montrer les rapports qu'il y a entre des polygones de même famille, ici par exemple, les relations entre les rectangles et les parallélogrammes, donc d'identifier les propriétés de ces deux figures, celles qu'elles ont en commun, et celles que le rectangle a en plus. Mais cette situation permet aussi d'étudier les propriétés du cerf-volant. Un des prolongements est aussi d'utiliser la propriété des côtés opposés du parallélogramme pour se construire un traceur de parallèles.	

Photos des quadrilatères à deux fois deux réglettes égales

CM1 Po5 Droites parallèles	
Objectif (s) : identifier la notion de parallélisme.	Compétences en jeu : propriétés des quatre principaux quadrilatères.
Argument : étudier les propriétés communes aux rectangles et aux parallélogrammes.	
Matériel : réglettes isométriques de bristol renforcé, punaises rouges et vertes, carton d'emballage découpé au format A4.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on reprend les polygones articulés à côtés opposés égaux. Les élèves proposent des formulations des propriétés communes à tous ces quadrilatères. 2. <i>Groupe de deux</i> : on fixe une réglette horizontale avec deux punaises rouges, et on finit le quadrilatère avec deux punaises vertes variables. On trace plusieurs quadrilatères, et on trace à chaque fois les côtés verts. On étudie la propriété des côtés opposés. 3. <i>Classe entière</i> : on fait un bilan collectif. Il faudrait arriver à la constatation que les côtés « restent à même distance », et/ou « que si on prolonge les droites, elles ne se coupent pas ». 4. <i>Classe entière</i> : on refait un quadrilatère par groupe de deux, on rainure les supports des grands côtés et on plie les feuilles selon les rainures. Il faut alors décrire et expliquer ce que l'on constate. Il faudrait arriver à la constatation que les côtés parallèles sont sur une bande, et qu'une bande se caractérise par un écartement constant. On peut mesurer cet écartement en traçant la perpendiculaire commune aux deux bords de la bande. 5. <i>Classe entière</i> : bilan et écriture dans le mémento de géométrie. 	
Problématique : l'objectif est clairement de faire émerger le concept de parallélisme en situation, alors qu'il est systématiquement travaillé a priori, dans une leçon sur le parallélisme (comme pour l'orthogonalité). La difficulté est ici de passer de l'observation de segments parallèles à la notion de droites parallèles, ce qui n'est pas une mince affaire. L'idée de base est que c'est à partir du pli que l'on peut le mieux suggérer le concept de droite. En pliant par rainurage la feuille sur laquelle le quadrilatère est tracé, on produit une bande, ce qui permet de mieux révéler les propriétés des droites parallèles.	

CM1 Po6 Traceur de parallèles	
Objectif (s) : apprendre à tracer des parallèles.	Compétences en jeu : propriétés du losange.
Argument : se construire un outil pour tracer les parallèles, de même qu'on a l'équerre pour les perpendiculaires.	
Matériel : les quadrilatères articulés à côtés opposés égaux. Des réglettes de métal et des vis papillons. Les figures des deux problèmes dessinées sur des affiches posées au tableau.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : il y a deux problèmes à résoudre, qu'il faudra se partager. Problème 1 : il faut tracer un parallélogramme à partir de sa moitié partagée par une diagonale. On pourra valider le résultat avec la deuxième moitié. Problème 2 : il faut continuer une frise réalisée avec la matériel mosaïque. 2. <i>Groupe de deux</i> : les deux problèmes se résolvent en traçant la parallèle à une droite par un point. On va essayer de le faire avec les polygones articulés. 3. <i>Classe entière</i> : valider la construction, et discuter des imperfections. Présenter les réglettes en métal et montrer comment on peut construire le traceur. 4. <i>Groupe de deux</i> : construire le traceur et s'entraîner. 5. <i>Classe entière</i> : chercher une autre méthode de construction avec la règle et l'équerre. 	
Problématique : on manque d'un outil simple pour tracer les parallèles. Dans la progression sur les polygones articulés, l'introduction de ce traceur est assez naturelle.	

Photo du traceur de parallèle

CM1 S25 Représentation de tétracubes par des gommettes quadrilatères	
Objectif (s) : apprendre à représenter un assemblage de cubes face par face.	Compétences en jeu : connaître les tétracubes, ainsi que le code couleur.
Argument : rendre l'impression du volume en représentant les tétracubes avec des quadrilatères de couleur.	
Matériel : les cubes élémentaires en bois. Les gommettes de couleur aux formes des quadrilatères permettent les représentations.	
Dispositif : <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : rappel des huit tétracubes, ainsi que de leurs représentations par gommettes entières. Il s'agit de représenter maintenant ces tétracubes avec des gommettes de couleur, face par face. 2. <i>Groupe de deux</i> : choisir un mode de représentation et commander par écrit les gommettes nécessaires à la représentation d'un tétracube également choisi. La réaliser. 3. <i>Classe entière</i> : on réalise une affiche récapitulant les huit tétracubes dans les deux représentations. 4. <i>Groupe de deux</i> : on affiche au tableau trois photos d'un assemblage complexe de cubes (d'une dizaine de cubes). Il faut réaliser la représentation en gommettes de cet assemblage. Même procédure de commande par écrit des gommettes nécessaires. On a à disposition les cubes en bois pour réaliser le montage si on l'estime nécessaire. 5. <i>Classe entière</i> : production d'une trace écrite pour le memento de géométrie. 	
Problématique : c'est une étape supplémentaire dans l'apprentissage de la perspective. Ici grâce au code couleur, le résultat est bien plus saisissant qu'avec les gommettes entières.	

Photos de montages

CM1 G16 Quadrilatères sur géoplan	
Objectif (s) : caractérisation des principaux quadrilatères.	Compétences en jeu : reconnaissance des quadrilatères et découverte de certaines propriétés des diagonales.
Argument : trouver de nouveaux quadrilatères et les classer.	
Matériel : un géoplan 6x8 par binôme. Des feuilles pointées.	
Dispositif : <u>Séance 1</u> : <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Groupe de deux</i> : on impose une diagonale oblique à 45° matérialisée par un élastique. On demande de trouver trois quadrilatères différents en étirant l'élastique des deux côtés autour d'un clou. On les traduit sur la feuille pointée. 2. <i>Classe entière</i> : on va classer les quadrilatères trouvés. Quand on trouve un quadrilatère particulier, on matérialise les deux diagonales avec deux élastiques de même couleur, elle-même différente de la couleur initiale du quadrilatère. On peut se demander si ces diagonales sont des axes de symétrie, et on peut valider par pliage. 3. On écrit les propriétés sur des bandes que l'on va poser au tableau. On fait un bilan collectif. <ol style="list-style-type: none"> a. <u>Séance 2</u> : 4. On recommence avec une diagonale horizontale (de longueur paire). 5. On peut prolonger avec une diagonale oblique simple. 	
Problématique : c'est un problème de recherche et de classement. Ici le géoplan est utile car il permet de matérialiser très vite les possibilités en respectant la contrainte de la diagonale. C'est une activité qui permet de découvrir beaucoup des propriétés des quadrilatères. La difficulté est de vraiment traiter cette activité comme une activité de découverte, et de se laisser guider par les découvertes des élèves, sans s'imposer des objectifs qui seraient au-delà de leurs possibilités. Le choix de la diagonale de départ conditionne l'apparition de quadrilatères particuliers : avec une diagonale à 45°, on trouve des carrés et des losanges quelque soit la longueur. Avec une horizontale de longueur impaire, on trouve aussi des carrés et des losanges. Pour obtenir les rectangles et parallélogrammes, il faut prévoir en choisissant de bonnes obliques.	

Dessin

CM1 Po7 Périmètre sur polygones articulés

Objectif (s) : consolider le concept de périmètre.

Compétences en jeu : identification des polygones et des différents quadrilatères.

Argument : trouver des polygones de périmètre donné.

Matériel : des longueurs de bandes à découper.

Dispositif :

1. *Classe entière :* « il faut tracer des polygones de 12 cm de périmètre. » Comment allez-vous vous y prendre ?
2. *Groupe de deux :* Essayez de tracer deux de ces polygones avec le matériel des polygones articulés, vous appelez quand vous pensez avoir réussi.
3. *Classe entière :* régulation collective. La longueur du côté du polygone, c'est la longueur de punaise à punaise, pas la longueur de la bande. On peut faire plusieurs sortes de polygones, des triangles, des quadrilatères, et même des pentagones ou plus.
4. *Groupe de deux :* il faut maintenant dessiner trois polygones différents par groupe.
5. *Classe entière :* bilan collectif. On essaie de trouver une phrase pour expliquer ce que c'est que le périmètre.

Problématique : quand on a un polygone articulé, il suffit de l'ouvrir en sortant une punaise, et d'aligner les côtés pour avoir une matérialisation très parlante du périmètre. Une (petite) difficulté est que la bande fait 0,5 cm de plus que le côté à chaque extrémité. Il faut donc régler ce problème assez vite pour que l'activité fonctionne correctement.

Cours moyen 2^{de} année

La plupart des compétences exigibles en fin de cycle III ont été construites dès le CM1. Aussi le CM2 est surtout une année de consolidation où les connaissances sont ré abordées et retravaillées dans de nouvelles situations.

Espace

Les principaux concepts de géométrie dans l'espace (formes, faces, arêtes et sommets, mais aussi patron) ayant déjà été structurés, nous avons fait le choix de réinvestir ces compétences dans l'apprentissage de deux nouvelles familles de formes, les prismes et les pyramides.

D'autre part l'apprentissage de la représentation continue avec le passage au papier blanc, d'abord avec un quadrillage en guide-âne, puis librement.

Enfin la fonction du patron est consolidée dans la production du kaléïdocycle.

Plan

L'essentiel des activités est une consolidation des compétences construites précédemment. On manipule les différents triangles (quelconques, rectangles, isocèles et équilatéraux) et les différents quadrilatères (carrés, losanges, rectangles, parallélogrammes et cerfs-volants) dans des situations différentes. Ce sera une occasion de revoir leurs propriétés avec un éclairage différent.

Il reste cependant un concept important à construire : l'angle. On le fait émerger à partir de la situation des polygones inscrits dans l'hexagone, dits « polygones hexagonaux ». On commence par découvrir ces huit polygones, puis on les décrit. Ils ne sont construits qu'avec trois côtés et quatre angles différents, ce qui facilite justement cette description. Puis on cherche à les reproduire, et c'est là qu'on s'aperçoit que connaître la longueur des côtés ne suffit pas, qu'il faut également s'assurer de l'écartement de ces côtés. Dans ce but on apprend à construire des gabarits d'angle. On peut estimer que l'on met là les élèves en situation de définir correctement les angles au collège, et d'apprendre à les mesurer à ce moment-là avec le rapporteur.

On retravaille aussi les quadrilatères particuliers avec les polygones articulés en apprenant à les construire à partir des diagonales. Il faut d'abord s'apercevoir que pour obtenir des quadrilatères particuliers, il faut (presque toujours ...) que les diagonales se coupent en leur milieu. Puis on produit des quadrilatères, on les trie, et on formule les propriétés qui apparaissent.

On structure aussi les triangles particuliers dans des séquences sur géoplan, avec la difficulté qu'il est impossible d'y produire le triangle équilatéral. Mais il aura été abordé avec les polygones dits hexagonaux.

Relation, mesure et tracé

On consolide les connaissances sur le parallélisme en l'abordant du point de vue des bandes, notamment en redéfinissant les quadrilatères particuliers comme des intersections de bandes.

On utilise la situation des polygones dits « hexagonaux » pour faire une activité décrochée sur la construction d'un tableau à double entrée, avec calcul du nombre de lignes et de colonnes, calcul de leurs dimensions, et traçage sur une feuille A4.

On consolide les savoirs sur l'aire et le périmètre, et on apprend à calculer l'aire des triangles quelconques sur géoplan.

Enfin on structure le langage géométrique à partir du codage des sommets dans un repère cartésien. Il y a un moment subtil, où on comprend que connaître les sommets ne suffit pas à déterminer sans ambiguïté un polygone, mais l'ordre avec lequel on nomme les sommets permet de lever cette ambiguïté. Il y a cependant une difficulté quand on confronte la langage des polygones et de la mesure.

Cours moyen seconde année : progression de niveau

CM2	PERIODE 1	PERIODE 2	PERIODE 3	PERIODE 4	PERIODE 5
ESPACE	<p>S26 Représentation des tétracubes sur feuille quadrillée</p> <p><i>apprendre à représenter les solides par un coloriage sur du papier quadrillé</i></p>	<p>S27 Représentation des tétracubes sur feuille blanche</p> <p><i>apprendre à représenter les solides par un traçage</i></p>	<p>P5 Plan de la classe à l'échelle</p> <p><i>apprendre à faire un plan en contrôlant l'échelle</i></p>	<p>S28 Prismes et pyramides</p> <p><i>découvrir deux nouvelles familles de solides</i></p>	<p>S29 Production d'un objet de l'espace</p> <p><i>faire fonctionner un patron</i></p>
PLAN	<p>Ro5 Identification et description des polygones dits « hexagonaux »</p> <p><i>manipuler des formes du plan pour identifier certaines de leurs propriétés</i></p> <p>Ro6 Tracé d'un tableau à double entrée</p> <p><i>construction d'un tableau carré.</i></p>	<p>Ro7 Fabrication de gabarits d'angles</p> <p><i>construire un outil pour contrôler l'écartement des côtés dans la reproduction des figures</i></p> <p>Ro8 Création de rosaces</p> <p><i>Inventer des rosaces sur polygones réguliers</i></p>	<p>M13 Tous les hexagones en mosaïques</p> <p><i>structurer la notion d'axe de symétrie</i></p> <p>G19 Triangles sur géoplan</p> <p><i>découvrir les triangles particuliers et certaines de leurs propriétés</i></p>	<p>Po8 Quadrilatères articulés par le squelette</p> <p><i>apprendre à tracer un quadrilatère par ses diagonales</i></p> <p>Po9 Quadrilatères à diagonales égales</p> <p><i>caractériser les carrés et les rectangles par leurs diagonales</i></p>	<p>Po11 Quadrilatères à diagonales quelconques</p> <p><i>caractériser les losanges et les parallélogrammes par leurs diagonales.</i></p> <p>Ro9 Agrandissement de mosaïques</p> <p><i>apprendre à utiliser les gabarits d'angle pour agrandir une figure</i></p>
RELATION MESURE	<p>G17 Calcul d'une aire quelconque sur géoplan</p> <p><i>renforcer le sens et la mesure de l'aire d'une figure</i></p>	<p>G18 Abscisses et ordonnées</p> <p><i>apprendre à coder un polygone par ses sommets</i></p>	<p>E1 Tracé du développement d'une enveloppe</p> <p><i>structurer le tracé du symétrique sur papier blanc</i></p>	<p>Po10 Bandes sécantes et parallélisme</p> <p><i>structurer le parallélisme</i></p>	<p>G20 Le plus grand des triangles</p> <p><i>apprendre à calculer l'aire d'un triangle quelconque.</i></p>

CM2 S26 Représentation des tétracubes sur feuille quadrillée	
Objectif (s) : apprendre à représenter les objets de l'espace sur du papier quadrillé.	Compétences en jeu : reconnaissance des huit tétracubes.
Argument : apprendre à représenter les tétracubes sans les gommettes.	
Matériel : les cubes élémentaires, les représentations des tétracubes avec les gommettes, du papier quadrillé de deux sortes : orthonormé et à 60°.	
Dispositif : <ol style="list-style-type: none"> 1. Rappel des activités S24 et S25 2. <i>Classe entière</i> : on va représenter directement les tétracubes sans les gommettes sur papier quadrillé. On peut choisir le quadrillage perpendiculaire habituel, ou le quadrillage à 60°. On commence par représenter les six quadrilatères de base et le cube élémentaire sur les quadrillages adaptés. 3. <i>Individuellement</i> : chacun choisit sa méthode, un tétracube, et commence la représentation. On dessine au crayon de couleur, ou avec des marqueurs. 4. <i>Groupe de deux</i> : on échange sa production avec son voisin, et on écrit ses remarques. 5. Bilan collectif. En prolongement, on peut représenter des montages plus complexes. 	
Problématique : c'est une étape importante, où l'élève produit lui-même la représentation, sans l'aide des gommettes. A l'usage, il semble qu'il est plus facile pour les élèves de travailler sur le quadrillage à 60° que sur le quadrillage orthonormé.	

CM2 Ro5 Découverte et description des polygones dits « hexagonaux »	
Objectif (s) : manipuler des formes du plan pour identifier certaines de leurs propriétés.	Compétences en jeu : savoir tracer la rosace à 6 branches.
Argument : étudier tous les polygones que l'on peut tracer avec les six points de la rosace.	
Matériel : photocopie A5 d'un cercle avec les points de l'hexagone. Papier fort. Fiche de portrait pour polygone.	
Dispositif : <u>Séance 1 :</u> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : rappel et construction de la rosace à six branches. Identification des six points équidistants sur le cercle. 2. <i>Groupe de deux</i> : tracer des polygones en utilisant les sommets de l'hexagone, mais pas obligatoirement tous. Les découper, les nommer, et les fixer au tableau sous des aimants. Si le modèle existe déjà, on le superpose. Sinon on prend un nouvel aimant. 3. <i>Classe entière</i> : validation collective : on identifie les erreurs, et on essaie de les expliquer. Puis on recense ces polygones. Il y en a 8 : trois triangles (un équilatéral, un rectangle et un isocèle), un rectangle, un trapèze isocèle, un cerf-volant, une maison et l'hexagone. <u>Séance 2 :</u> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : description globale en découverte de ces polygones : nombre de côtés et d'angles, classement des côtés et des angles (trois côtés différents et quatre angles différents). 2. <i>Groupe de deux</i> : choisir deux polygones, et en faire le portrait. Le maître aura vérifié que tous les polygones sont pris au moins deux fois. On prend une feuille A4, on marque les noms, on colle le polygone en haut de la feuille, puis on fait son portrait : nom et propriétés. 3. <i>Groupe de deux</i> : on échange les portraits du même polygone, et on corrige. 4. <i>Classe entière</i> : bilan collectif, puis production d'une trace écrite dans le mémento de géométrie. 	
Problématique : cette situation est très riche. On commence à trier des formes : c'est un travail sur les polygones. Ensuite ces polygones ont des propriétés discrètes. Ils sont construits avec trois sortes de côtés : le petit égal au rayon, le moyen et le grand égal au diamètre, et quatre sortes d'angles : le petit (30°), le moyen (60°), l'angle droit, et le grand (120°). On pourra it imaginer un prolongement où on essaierait de construire tous les polygones possibles avec ces trois côtés et ces quatre angles.	

Dessin des polygones

CM2 Ro6 Tracé d'un tableau à double entrée	
Objectif (s) : construction d'un tableau carré.	Compétences en jeu : quadrillage, tracé de perpendiculaires et de parallèle.
Argument : se construire le tableau résumé des propriétés des polygones hexagonaux.	
Matériel : du papier quadrillé A4 à petits carreaux, puis du papier blanc.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on a besoin d'un tableau pour les polygones « hexagonaux ». On demande aux élèves de faire un projet à main levée. On fait un premier bilan où on se met d'accord sur le nombre de lignes et de colonnes. On a besoin d'une ligne et d'une colonne supplémentaire pour le légende. 2. <i>Individuellement</i> : on fait chacun le tableau sur la feuille A4 quadrillée à petits carreaux, avec les contraintes suivantes (que l'on peut élaborer ensemble) : on utilise toute la feuille, toutes les lignes doivent être de même largeur, et les colonnes aussi. On valide en grand groupe. 3. <i>Individuellement</i> : on refait le même travail sur papier blanc, à l'équerre et à la règle graduée. 	
Problématique : le tableau est un outil quotidien que l'on explicite rarement. Or un tableau, c'est aussi de la géométrie, avec les droites horizontales et des droites verticales, et des dimensions de cellules qu'il est bon d'adapter à chaque situation.	

CM2 G17 Calcul d'une aire quelconque sur géoplan	
Objectif (s) : renforcer le sens et la mesure de l'aire d'une figure.	Compétences en jeu : savoir décomposer une figure complexe en figures simples. Savoir mesurer sur quadrillage l'aire du rectangle et du demi-rectangle.
Argument : ranger des figures de la plus petite à la plus grande.	
Matériel : un géoplan 6x8 par binôme. La fiche 12 agrandie au tableau. Des feuilles pointées. Des affiches pour chaque polygone.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : rappel de l'activité G12 : on ne sait mesurer que les polygones. 2. <i>Classe entière</i> : on veut ranger douze polygones de la plus petite à la plus grande. On donne une réponse à vue d'œil. Mais comment être sûr ? On sait calculer l'aire des triangles, des carrés et des rectangles, s'ils sont posés droits. Alors on peut décomposer ces figures en triangles, carrés et rectangles, calculer l'aire de chacune des parties et en faire la somme 3. <i>Individuellement</i> : chaque élève prend une figure et fait le travail. Il peut discuter avec son voisin qui n'a pas la même figure. Quand il a fini, il vient remplir au tableau l'affiche de sa figure. 4. <i>Classe entière</i> : on compare les résultats trouvés pour chacune des douze figures. Il y a parfois plusieurs décompositions possibles qui doivent donner le même résultat (par exemple il est parfois plus simple de faire des différences). 5. <i>Classe entière</i> : en bilan on formule deux résultats : l'aire d'une figure complexe est la somme des aires de ses parties, et l'aire d'un triangle est la moitié de l'aire d'un rectangle qu'il faut trouver. On se met d'accord sur une trace écrite pour le memento de géométrie. 	
Problématique : c'est un prolongement du travail sur les carrés du géoplan 5x5 et les rectangles du géoplan 6x8.	

CM2 S27 Représentation des tétracubes sur feuille blanche	
Objectif (s) : apprendre à représenter les solides par un traçage.	Compétences en jeu : Savoir représenter les tétracubes avec les gommettes.
Argument : communiquer par écrit un tétracube à quelqu'un d'autre.	
Matériel : les représentations en gommettes des tétracubes ; les dessins des tétracubes sur quadrillage.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on va maintenant dessiner les tétracubes sur papier blanc. En posant la feuille sur le quadrillage, on le voit par transparence : on va s'en servir pour tracer le tétracube. 2. <i>Individuellement</i> : chacun choisit un tétracube et le trace sur sa feuille. Il échange sa feuille avec son voisin qui doit reconnaître le tétracube, et qui écrit ses remarques. 3. Bilan collectif : sans les couleurs, on voit moins bien. La convention experte, c'est de représenter les arêtes cachées. 4. <i>Individuellement</i> : on essaie maintenant de dessiner un autre tétracube à main levée, ou au moins sans le quadrillage. 	
Problématique : en passant au traçage, la représentation perd beaucoup de son réalisme, en perdant le code couleur. C'est la convention des arêtes cachées en pointillé qui réussit à recréer l'illusion du volume. Ici on se contente d'apprendre à tracer les tétracubes, le fait que les élèves les connaissent très bien permet de les « voir » quand même.	

CM2 Ro7 Construction de gabarits d'angle	
Objectif (s) : comprendre la contrainte de l'écartement des côtés dans la reproduction des figures. Se construire des gabarits d'angle pour la respecter.	Compétences en jeu : appropriation des situations « mosaïques » et « polygones hexagonaux ».
Argument : dessiner les polygones « hexagonaux » sans utiliser le compas. La même activité peut se faire avec les mosaïques.	
Matériel : du papier à fort grammage, une règle et un vieux Bic, fausse équerre.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Individuellement</i> : on va dessiner ces polygones trois fois plus grand, mais sans passer par le cercle. Comment va-t-on faire ? On peut calculer facilement la longueur des côtés. Alors essayons. 2. <i>Classe entière</i> : on va poser au tableau les polygones produits. Pour les triangles, ça marche à peu près. Mais plus il y a de côté, moins c'est ressemblant : avoir les longueurs des côtés ne suffit pas, il faut aussi connaître leur écartement. Et pour avoir le bon écartement, on va se construire les gabarits des quatre angles dont on a besoin. 3. <i>Classe entière</i> : Comment construire ces gabarits ? Essayons de découper au ciseau : ce n'est pas droit. On va utiliser la technique du rainurage : faire le traçage sur le carton, puis le pliage, le découpage, le collage, et enfin la finition. On identifie les angles par une couleur et un nom, et on repère les côtés par leur longueur. 4. <i>Groupe de deux</i> : On réalise les gabarits, puis on dessine deux polygones par groupe à l'échelle 3, sans passer par le cercle. (on trace deux côtés en traçant l'écartement avec le gabarit, puis en reportant trois fois la longueur des côtés, puis on valide en mesurant le troisième côté). 5. <i>Classe entière</i> : On valide en superposant les mêmes polygones produits par des groupes différents. 	
Problématique : il faut comprendre là que pour reproduire un polygone, le nombre et la longueur des côtés est nécessaire, mais pas suffisant. Il faut aussi connaître l'écartement de ces côtés. Et pour cela, le plus simple est de se construire un gabarit d'angle, ce que l'on va faire ensemble. Là, le savoir-faire efficace est le rainurage, qui assure une qualité parfaite au gabarit. Ensuite, il faut comprendre que dans une activité d'agrandissement, la proportionnalité joue sur la longueur des côtés, mais pas sur les angles, qui eux ne changent pas.	

CM2 Ro8 Création de rosaces	
Objectif (s) : Inventer des rosaces sur polygones réguliers.	Compétences en jeu : définir et suivre un plan de construction.
Argument : trouver la plus belle des rosaces.	
Matériel : le matériel de géométrie. Des exemples de rosaces coloriées. Des cercles découpés en arc égaux (4, 5, 7, 8 et 9).	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on rappelle l'activité Ro4. Pour le carré, on a fait deux sortes de rosaces : une en faisant des cercles de rayon le rayon du cercle circonscrit, et l'autre en faisant des cercles avec le côté du pentagone comme rayon. Et on peut en faire une autre en superposant les deux. 2. <i>Groupe de deux</i> : on essaie de faire pareil avec le triangle équilatéral, avec le pentagone et l'octogone. On cherche sur le brouillon. On échange et on critique. 3. <i>Individuellement</i> : puis on fait la rosace définitive sur une feuille A3, puis on la colore. 4. <i>Classe entière</i> : on fait un vote pour élire la plus belle des rosaces. 	
Problématique : il s'agit de structurer une technique qui permet, une fois assimilée, de faire acte de création. Il y a un nombre illimité de rosaces, et on arrive vite à en produire un grand nombre en un temps relativement limité.	

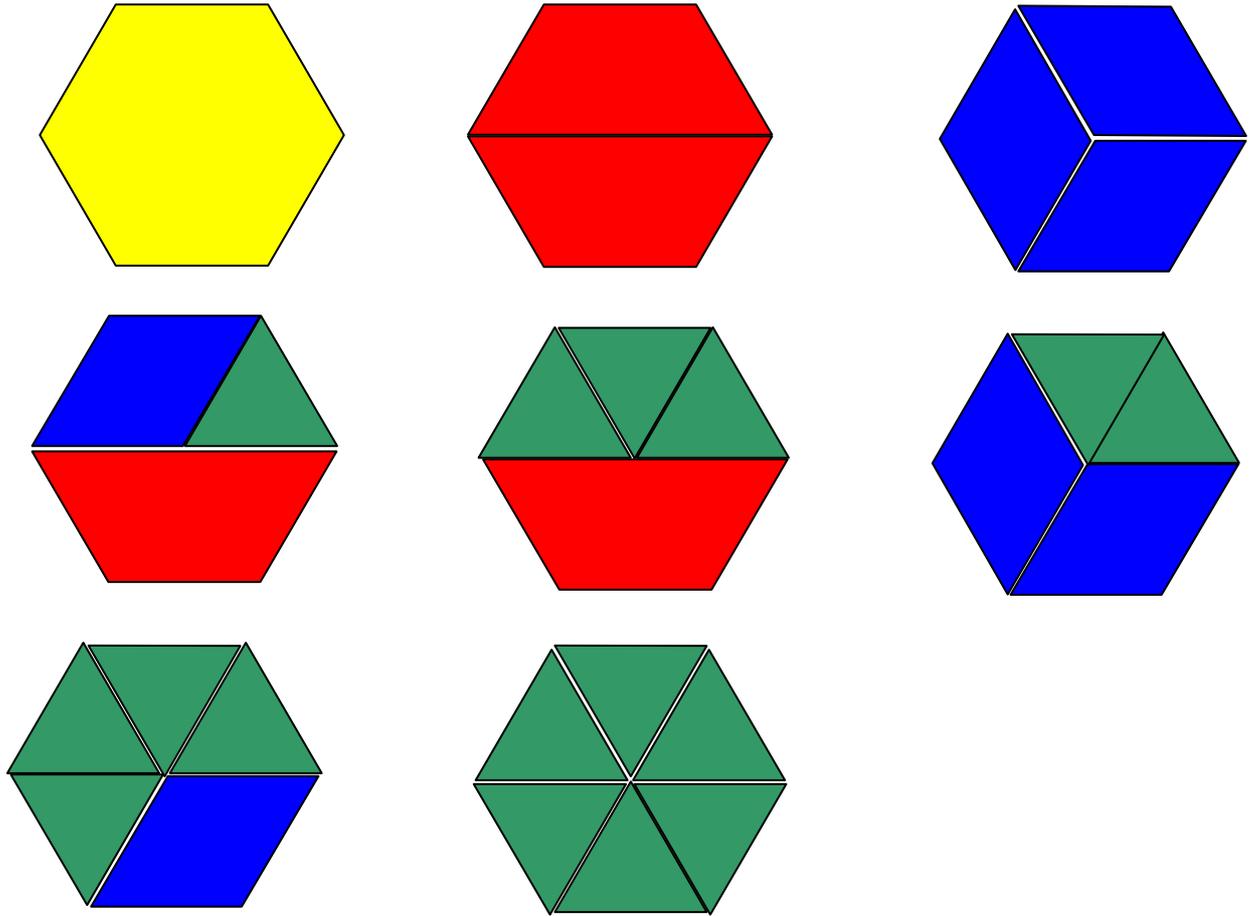
CM2 G18 Triangles sur géoplan	
Objectif (s) : découvrir les triangles particuliers et certaines de leurs propriétés.	Compétences en jeu : caractérisation du triangle.
Argument : chercher tous les triangles possibles à partir d'une base donnée.	
Matériel : un géoplan 6x8 par binôme. Des feuilles pointées.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on donne un segment décalé horizontal de longueur impaire. Il faut étirer un élastique d'un côté en le passant autour d'un clou pour obtenir un triangle (dans ce cas isocèle, rectangle, isocèle rectangle ou quelconque). 2. <i>Groupe de deux</i> : chaque binôme doit en trouver trois différents, les tracer sur la feuille pointée, les colorier les découper, et aller les poser au tableau.. 3. <i>Classe entière</i> : <i>Classe entière</i> : on recense les triangles obtenus, et on les classe en trois catégories que l'on nomme : les triangles « qui ont le sommet bien au milieu », que l'on appelle isocèles, les triangles qui ont un angle droit, que l'on appelle les triangles rectangles, parce qu'ils sont la moitié d'un rectangle, et les autres. On se demande s'ils admettent un axe de symétrie. 4. Bilan : on fait une trace écrite résumant nom et propriétés des triangles rectangles et isocèles. 	
Problématique : c'est un problème de recherche et de classement. Ici le géoplan est utile car il permet de matérialiser très vite les possibilités en respectant la contrainte de la base : c'est un vrai outil de recherche. C'est une activité qui permet de découvrir beaucoup de propriétés des triangles. La difficulté est de vraiment traiter cette activité comme une activité de découverte, et de se laisser guider par les découvertes des élèves, sans s'imposer des objectifs qui seraient au-delà de leurs possibilités. Une des difficultés est l'impossibilité de construire le triangle équilatéral sur le géoplan. Mais on a pu le traiter correctement dans la situation des polygones dits « hexagonaux ».	

Dessin page 73

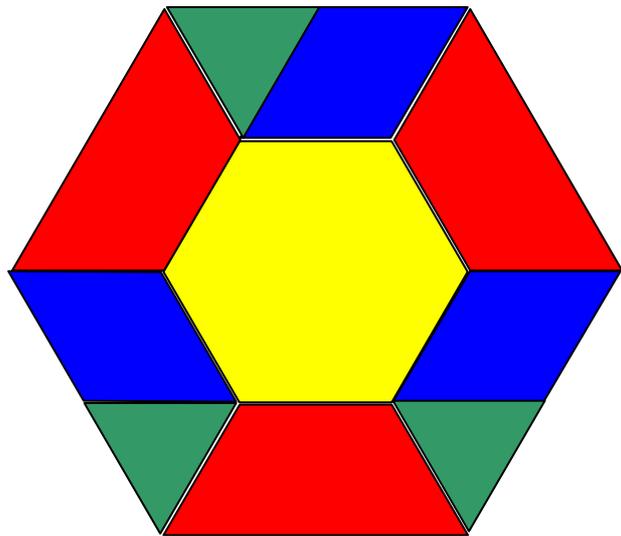
CM2 P5 Plan de la classe à l'échelle	
Objectif (s) : faire un plan de la classe à l'échelle.	Compétences en jeu : savoir lire les cartes et les plans. Savoir reconnaître et traiter une situation de proportionnalité.
Argument : faire le plan de la classe idéale.	
Matériel : la maquette réalisée pour l'activité P2 de CP	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : rappel de l'activité P2 de CP. On va chercher le résultat, et on se repère en faisant des allers-retours entre le plan et la classe. 2. <i>Classe entière</i> : On veut cette fois respecter les proportions, c'est-à-dire faire un plan à l'échelle. On va d'abord mesurer les dimensions de la classe : c'est un rectangle dont on doit mesurer la longueur et la largeur. On doit ensuite choisir l'échelle. On peut choisir pour que la division soit facile : on se met d'accord sur trois échelles. 3. <i>Groupe de trois</i> : on se met au travail : on s'organise dans chaque groupe. Il faut mesurer les éléments, calculer leurs dimensions sur le plan, et enfin les placer dans les rectangles représentant la classe. 4. <i>Groupe de deux</i> : on valide collectivement, en comparant les plans réalisés avec la même échelle. 	
Problématique : il s'agit d'abord de redonner du sens, voire de construire, les connaissances sur le plan de la classe. Par rapport à l'activité de cycle 2, on travaille ici conjointement dans les domaines géométriques et numériques. C'est plus complexe, mais cela permet aussi de mieux travailler le sens en traitant ensemble des aspects qualitatifs et quantitatifs.	

CM2 M13 Tous les hexagones en mosaïques	
Objectif (s) : structurer la notion d'axe de symétrie.	Compétences en jeu : connaître les polygones les plus simples. Savoir tracer le symétrique d'une figure.
Argument : chercher toutes les façons de construire l'hexagone, et chercher les plus esthétiques.	
Matériel : le matériel mosaïque et les gommettes correspondantes.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconstituer l'hexagone régulier avec les éléments de mosaïques. Trouver toutes les façons de le faire. Tracer des hexagones au compas pour représenter les formes. Dans chaque cas chercher le nombre d'axes de symétrie. Valider par pliage. 2. Recommencer avec l'hexagone régulier de côté double. Classer ces motifs suivant le nombre d'axes de symétrie sur des représentations tracées au compas. 	
Problématique : il faut travailler les rapports de la symétrie et de l'esthétique. Pour cela il faut faire émerger le concept d'axe de symétrie, en liaison avec le pliage exact. Mais le pliage risque d'être un obstacle pour s'apercevoir qu'une figure peut admettre plusieurs axes de symétrie. Il y a une autre difficulté qui est de devoir tenir compte des couleurs pour décider si l'hexagone est symétrique ou pas, alors qu'un hexagone entier a toujours six axes de symétrie.	

Les huit façons de construire l'hexagone simple



Et un hexagone de côté double !



CM2 G19 Abscisses et ordonnées	
Objectif (s) : structurer le système de coordonnées expert.	Compétences en jeu : quadrillage, tableau carré, nommer un polygone par ses sommets.
Argument : faire reproduire une forme dessinée sur géoplan à partir d'un message qui la décrit.	
Matériel : le matériel géoplan. Un imprimé de message à remplir.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Rappel de l'activité G15 de CM1. 2. <i>Groupe de deux :</i> inventer une pentagone sur géoplan. Ecrire un message pour qu'un autre groupe le reproduise sur son géoplan. 3. <i>Groupe de deux :</i> échanger les messages entre deux groupes, et commencer à reproduire la forme. Il est possible de renvoyer le message avec demande d'explications par écrit. 4. <i>Classe entière :</i> on analyse les codages utilisés par les messages les plus efficaces. Et on se met d'accord sur la convention. On fait une trace écrite de bilan : pour nommer le pentagone, il suffit de nommer chacun des sommets. Puis pour repérer les points il suffit de se mettre d'accord sur un codage abscisse et ordonnée 	
Problématique : les élèves ont dû comprendre au CE1 qu'un codage était nécessaire pour repérer un point sur un quadrillage. Dans cette activité, il s'agit de se caler sur le système de coordonnées classique. Un autre objectif est d'apprendre à nommer un polygone par ses sommets, eux-mêmes étant nommés par une lettre majuscule. L'obstacle ici est le problème de l'ordre des sommets. Pour les polygones convexes, il n'y a pas de problèmes, des sommets donnés en vrac définissent pourtant le polygone, et c'est un piège ... Il vaut donc mieux travailler avec des polygones quelconques, convexes ou concaves pour comprendre la nécessité de signifier un polygone par une liste ordonnée de lettres qui nomment elles-mêmes des sommets.	

CM2 E1 Tracé du développement d'une enveloppe	
Objectif (s) : structurer le tracé du symétrique sur papier blanc	Compétences en jeu : sens de la symétrie par le pliage.
Argument : se fabriquer une enveloppe.	
Matériel : fausse enveloppe (découpée sans rabats et fermée au scotch). Photocopie de l'enveloppe à une échelle réduite, le rabat ouvert. Equerre.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière :</i> présenter l'enveloppe témoin, ouvrir et fermer le rabat. Demander d'imaginer ce qui se passe quand on décolle le scotch. 2. <i>Individuellement :</i> distribuer la feuille fichier, et demander de dessiner l'enveloppe complètement ouverte avec la règle et l'équerre. 3. <i>Groupe de quatre :</i> comparer les productions et se mettre d'accord sur les productions corrigées. Il est possible d'aller juger sur pièce avec l'enveloppe réelle. Rédiger une description de la bonne procédure. Valider en découpant l'enveloppe au cas où le consensus ne se fait pas dans le groupe. 4. <i>Classe entière :</i> valider la bonne procédure en confrontant les différentes formulations. 5. <i>Groupe de quatre :</i> faire une phrase pour expliquer comment on retourne un triangle par rapport à un de ses côtés. 6. <i>Classe entière :</i> se mettre d'accord sur la bonne formulation, et l'apprendre comme la définition mathématique de la symétrie axiale. 	
Problématique : il s'agit là de structurer le concept de symétrie, en s'appuyant sur le rapport étroit entre le symétrique et l'équerre. Et ce rapport est masqué par l'utilisation –valorisée par l'enseignement classique, du compas. La situation est intéressante parce qu'elle utilise le pliage par l'intermédiaire du rabat, et qu'elle oblige à transférer ce sens en une technique de tracé. La photocopie donne l'enveloppe ouverte, donc avec un rabat visible, et il faut réaliser le même renversement avec les trois autres rabats qui sont collés dans les vrais enveloppes, mais que l'on doit dessiner pour avoir un patron dans le projet de se fabriquer des enveloppes artisanales.	

Dessin de l'enveloppe

CM2 S28 Prismes et pyramides

Objectif (s) : identifier deux nouvelles familles de solides : les prismes et les pyramides.

Compétences en jeu : appréhension globale des formes du plan. « Voir » dans l'espace.

Argument : apprendre à faire de nouvelles boîtes.

Matériel : le matériel de polygones emboîtables. Le mieux est de mélanger les kit prisme et pyramide de Polydron.

Dispositif :

Séance 1 :

1. *Groupe de deux* : partir d'un polygone régulier. Inventer avec le matériel de polygones emboîtables un solide dont ce polygone est la base, mais avec un maximum de 10 faces.
2. *Classe entière* : valider les solides produits. La base doit être un polygone régulier. Ils doivent être fermés. Ils ne doivent pas avoir plus de dix éléments. Les exposer sur une étagère, et les numéroter.
3. *Groupe de deux* : classer toutes les boîtes trouvées avec des critères mathématiques. On doit normalement arriver à trois catégories de solides : les maisons à terrasse, les pyramides et les autres.
4. *Groupe de deux* : on écrit les propriétés des solides des deux premières catégories (nature des faces, nombre de faces, de sommets et d'arêtes).
5. *Classe entière* : on se met d'accord sur une trace écrite que l'on copie dans le mémento.

Séance 2 :

1. *Groupe de deux* : on choisit un solide, prisme ou pyramide et on le met à plat pour avoir une idée du patron. Puis on trace le patron sur une feuille blanche. Après validation construit le solide en découpant et rainurant la feuille. Puis on tente une représentation en perspective en réinvestissant le travail sur les tétracubes.
2. *Classe entière* : on valide le développement et la représentation de chaque solide. Pour éviter l'aspect fastidieux de la restitution au groupe classe, on peut préparer la validation par un échange des résultats entre deux groupes. On se propose alors de faire le cahier des solides, chaque groupe réalisant la page du solide qu'il a choisi. On se met d'accord sur la disposition des informations sur la page réservée à chaque solide.
3. *Groupe de deux* : on fait donc le portrait du solide qu'on a choisi : nombre et nature des faces, nombre des sommets et des arêtes, développement et représentation en perspective.
4. *Classe entière* : on fabrique le cahier en reliant toutes les pages validées.

Problématique : cette activité est d'abord une consolidation des savoirs construits dans les deux premières années du cycle. Mais c'est aussi l'occasion de construire de nouveaux savoirs.

CM1 Po8 Quadrilatères articulés par le squelette

Objectif (s) : apprendre à tracer un quadrilatère par ses diagonales.

Compétences en jeu : caractérisation des quadrilatères.

Argument : découvrir une nouvelle façon de tracer des quadrilatères, en partant du squelette.

Matériel : réglettes de même longueur de bristol renforcé, punaises, support pour punaiser découpé au format A4.

Dispositif :

1. *Classe entière* : présenter le matériel, se mettre d'accord pour faire la représentation. Une fois qu'on a solidarisé les deux diagonales avec la punaise, on ne la bouge plus. Pour la représentation, on fait un point dans les trous des quatre extrémités.
2. *Groupe de deux* : il faut trouver comment choisir les longueurs des réglettes et placer la punaise pour obtenir les quadrilatères particuliers que l'on connaît. Faire choisir un quadrilatère par groupe, en veillant qu'ils soient équitablement répartis. Vérifier en faisant la représentation. Formuler le résultat
3. *Classe entière* : bilan et trace écrite dans le mémento de géométrie.

Problématique : les propriétés des diagonales sont assez naturelles. Nous avons là un moyen concret de les aborder, dans une géométrie de perception. Il y a deux façons de reproduire le même polygone, avec les réglettes qui matérialisent les côtés, ou avec les réglettes qui matérialisent les diagonales. Il faut arriver ici à la contrainte des diagonales qui se coupent en leur milieu. Les élèves doivent s'en apercevoir eux-mêmes. Mais il y a aussi quelques quadrilatères particuliers dont les diagonales ne se coupent pas en leur milieu : c'est le cas pour le trapèze isocèle et le cerf-volant. C'est une faiblesse de la situation qu'il faut assumer.

CM2 Po9 Quadrilatères à diagonales égales	
Objectif (s) : caractériser les carrés et les rectangles par leurs diagonales.	Compétences en jeu : reconnaissance des quadrilatères particuliers.
Argument : découvrir une nouvelle façon de tracer des quadrilatères, en partant du squelette.	
Matériel : réglettes de même longueur de bristol renforcé, punaises, support pour punaiser découpé au format A4.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : rappeler le procédé de fabrication des quadrilatères par les diagonales. On se rappelle la séquence Po8 et que pour obtenir des polygones réguliers les diagonales doivent se couper par le milieu. Tous les quadrilatères qu'on produira dans cette séquence devront donc posséder cette propriété. Et en plus on prendra les deux diagonales égales. 2. <i>Groupe de deux</i> : on distribue deux réglettes de même longueur par groupe. Chaque groupe doit fabriquer trois quadrilatères différents, les tracer et les afficher au tableau. 3. <i>Classe entière</i> : on valide collectivement les quadrilatères obtenus. On essaie de comprendre les erreurs. Puis on se propose de classer les quadrilatères validés. Sortent bien sûr deux catégories, les carrés et les rectangles. On formule les propriétés de chaque catégorie, et on se met d'accord sur une trace écrite pour le mémento de géométrie. 	
Problématique : en prolongement de la séquence Po8, cette séquence ne peut se mettre en place que si les élèves comprennent que pour trouver des quadrilatères intéressants, il faut faire se croiser les diagonales en leur milieu. On peut d'ailleurs lier cette propriété à la nécessaire symétrie des quadrilatères particuliers. On découvre là une nouvelle organisation des quadrilatères. Alors qu'avec les côtés égaux le carré est associé au losange, en partant de diagonales égales, le carré est associé au rectangle.	

CM2 Po10 Bandes sécantes et parallélisme	
Objectif (s) : structurer le parallélisme.	Compétences en jeu : connaître les propriétés des quadrilatères.
Argument : apprendre à interpréter les quadrilatères comme des croisements de bandes.	
Matériel : des rouleaux à peindre de trois largeurs différentes. Du ruban de masquage.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on se demande ce que c'est qu'une bande. On agrandit les bandes avec lesquelles on construit les polygones articulés. Puis on cherche comment on peut en tracer une. Puis comment on peut vérifier qu'elle est juste. 2. <i>Groupe de deux</i> : on distribue des rouleaux à peindre de trois largeurs différentes. On apprend à tracer des bandes régulières. Il faut maintenant dessiner des quadrilatères en se faisant croiser ces bandes. Quand un groupe a trouvé un quadrilatère, il le propose à la classe. 3. <i>Classe entière</i> : on valide collectivement les résultats. On va construire maintenant ces quadrilatères à partir de bandes. 4. <i>Groupe de deux</i> : on partage les quatre quadrilatères entre les groupes. Chaque groupe construit à la règle, à l'équerre et au traceur de parallèle son quadrilatère. 5. <i>Classe entière</i> : on valide les résultats collectivement. On peut en garder la mémoire avec du ruban de masquage qu'on colle sur les vitres. 	
Problématique : cette activité permet de consolider le sens du parallélisme. C'est son premier intérêt. Mais elle permet aussi de revoir des propriétés des quadrilatères.	

Dessin des intersections de bandes

CM2 S29 Production d'un objet de l'espace	
Objectif (s) : Faire fonctionner un patron .	Compétences en jeu : habileté manuelle, tracer des figures planes.
Argument : se construire un objet merveilleux.	
Matériel : du bristol quadrillé et renforcé ; du ruban adhésif ; crayon à papier ; règle graduée. Des kaléïdocycles montés avec six pyramides découpées dans du bristol renforcé. Les triangles isocèles ont la base et sa hauteur associée égales à 8 cm.	
Dispositif :	
Séance1 :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : on présente un kaléïdocycle. On va apprendre à le fabriquer. Pour cela on va commencer par le démonter. Il est constitué de six pyramides. Puis on démonte une des pyramides, et on en découvre le patron. On met au point une stratégie de construction. 2. <i>Groupe de deux</i> : traçage, puis découpage et montage de deux pyramides. On trace au crayon, puis on discrimine les traits à découper repassés au stylo et les traits à rainurer. 3. <i>Groupe de six</i> : on réalise un kaléïdocycle. 4. <i>Classe entière</i> : on fait un bilan, on formule les bons savoir-faire, puis on s'organise pour produire un kaléïdocycle par élève. 	
Séance 2	
Chaque élève produit un exemplaire, puis se l'approprie en décorant les faces (saisons ou autre ...)	
Problématique : il ne s'agit pas d'une situation de recherche, mais d'apprendre à appliquer des savoir-faire. La récompense est la production d'un objet vraiment étonnant.	

CM2 Po11 Quadrilatères à diagonales quelconques	
Objectif (s) : caractériser les losanges et les parallélogrammes par leurs diagonales.	Compétences en jeu : reconnaissance des quadrilatères fondamentaux.
Argument : découvrir une nouvelle façon de tracer des quadrilatères, en partant du squelette.	
Matériel : réglettes isométriques de bristol renforcé, punaises, carton d'emballage découpé au format A4.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : rappeler le procédé de fabrication des quadrilatères par les diagonales. On va fabriquer des quadrilatères avec deux diagonales quelconques. 2. <i>Groupe de deux</i> : On distribue deux réglettes quelconques. Fabriquer trois quadrilatères différents. Les afficher au tableau, en faisant des catégories. 3. <i>Classe entière</i> : confrontation, analyse et formulation des propriétés. Bilan et trace écrite dans le memento de géométrie. 	
Problématique : comme pour la séquence Po10, on explore les propriétés des quadrilatères dont les diagonales se coupent en leur milieu. Avec des diagonales de longueurs différentes, on obtient là les losanges et les parallélogrammes. Cela permet de retrouver ces quadrilatères dans un contexte différent, et de leur associer de nouvelles propriétés.	

CM2 Ro9 Mosaïques agrandies	
Objectif (s) : apprendre à utiliser les gabarits d'angle pour agrandir une figure.	Compétences en jeu : maîtrise des rosaces et du matériel mosaïque.
Prétexte : se préparer à réaliser une fresque de mosaïque sur les murs de l'école.	
Matériel : le matériel mosaïque, les gabarits d'angle.	
Dispositif :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Classe entière</i> : On va dessiner les mosaïques en plus grand. Les côtés devront être 2,5 fois plus grand. On va donc calculer la longueur des côtés, et utiliser les gabarits pour avoir le bon écartement. 2. <i>Groupe de deux</i> : Maintenant on va réaliser une rosace en mosaïque à l'échelle 2,5. 3. <i>Classe entière</i> : formulation de la règle. « Pour réaliser un dessin à l'échelle 2,5, on doit multiplier la longueur des côtés par 2,5, mais garder le même écartement. 	
Problématique : c'est un peu une phase d'entraînement : on a trouvé la règle d'agrandissement avec les polygones hexagonaux, alors on l'applique aux mosaïques. Il convient de formuler les gestes fins qui permettent de réussir.	

CM2 G20 Le plus grand des triangles	
Objectif (s) : apprendre à calculer l'aire d'un triangle quelconque.	Compétences en jeu : savoir mesurer la distance d'un point à une droite. Identifier la hauteur d'un triangle
Argument : chercher le plus grand des triangles du géoplan.	
Matériel : géoplan 6x8	
Dispositif :	
Séance 1 :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Groupe de deux</i> : « cherchez le plus grand des triangles ». Une fois que vous l'avez trouvé, dessinez-le au marqueur sur la feuille pointée, et allez l'afficher au tableau. 2. <i>Classe entière</i> : confrontation des résultats. Il faut éliminer les mauvaises réponses par superposition pensée. Il y a des réponses indécidables : on se décide sur un critère, calculer l'aire, et on programme une deuxième séance pour trancher. 	
Séance 2 :	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Groupe de deux</i> : « calculez l'aire de votre triangle ». 2. <i>Classe entière</i> : confrontation des résultats. On élimine les mauvaises réponses en refaisant le calcul. Ça doit faire 24 carreaux, la moitié de l'aire du géoplan. Pourquoi ça fait la moitié du rectangle ? C'est évident pour les triangles rectangles, ça l'est moins pour les autres. 3. <i>Groupe de deux</i> : exprimer le résultat en fonction des caractéristiques des rectangles. 4. <i>Classe entière</i> : formulation du résultat. 	
Problématique : Il y a plusieurs « plus grand triangle ». Il suffit de prendre un des côtés du géoplan comme base, et de situer le sommet n'importe où sur le côté opposé. On obtient des triangles de surfaces différentes, mais d'aires égales. Tous ces triangles mesurent la moitié du rectangle d'aire $5 \times 7 = 35$. On peut raisonnablement espérer que les élèves trouveront des triangles différents, alors qu'ils n'ont pas l'outil mathématique qui permettrait de trancher le désaccord en calculant l'aire. C'est la situation idéale pour trouver l'aire du triangle quelconque, ainsi que pour identifier la hauteur, dans une situation fonctionnelle.	

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

"L'enseignement des mathématiques fait acquérir des connaissances et des compétences dans les domaines numériques et géométrique, tout en aidant l'élève à se forger des méthodes de travail. Il stimule l'imagination". "Résoudre des problèmes suppose la maîtrise d'un certain nombre d'outils numériques et géométriques, et l'appropriation de méthodes."

Programmes et instructions de 1985, pp.39-40

La géométrie présente une grande importance pour toute l'activité mathématique: c'est elle qui permet de visualiser les concepts fondamentaux (ensembles de nombres, continuité, limite, ...), elle est inséparable du nombre et de la mesure. Construire l'espace représentatif est indispensable pour que l'activité mathématique puisse s'exercer.

Les activités géométriques (constructions, tracés, ...) offrent la possibilité de cultiver chez l'élève le goût du travail bien fait, car la précision d'une construction dépend du soin apporté à sa réalisation. La conservation, par l'élève, des travaux qu'il a exécutés est, de même, une bonne incitation à une recherche de qualité et une motivation pour procéder à des constructions plus complexes et plus personnelles.

1. Le champ des activités : objets physiques, objets géométriques

A l'école élémentaire, les activités géométriques doivent concourir, au même titre que d'autres (par exemple les activités physiques et sportives) construction de l'espace chez l'entant. Les élèves doivent donc être mis en situation :

- d'agir sur des objets, d'en fabriquer et d'en construire ;
- de se familiariser avec divers espaces, abordés selon des points de vue différents (on peut, par exemple, suivant le problème posé, s'intéresser seulement à la continuité ou seulement au parallélisme ou uniquement à la mesure) ;
- de traiter des problèmes de représentation.

C'est donc une pédagogie de l'activité qui permet à l'enfant de se constituer un champ d'expériences sur lequel peut se construire la géométrie. C'est pourquoi les activités doivent être conduites, tout au moins dans un premier temps, à partir d'objets physiques de l'espace qui, bien que complexes, sont plus proches de l'expérience des enfants : dés, berlingots, boîtes de toutes sortes, emballages divers ...

Peu à peu on amène les élèves, grâce à de nombreuses activités sur ces objets physiques, à changer d'angle de vue, c'est-à-dire à les considérer de façon plus géométrique : cube, pavé, tétraèdre... puis, si l'on s'attache aux faces : parallélogramme, rectangle, triangle ... enfin si l'on s'attache aux arêtes : segment, sommet, milieu ...

Le passage du monde des objets physiques à celui des objets géométriques est important et difficile ; il nécessite un effort d'abstraction (au sens de "enlever de"). Prenons l'exemple d'une boîte cubique : il faut en effet parvenir à ne pas tenir compte des inscriptions sur les faces, de la couleur de la boîte, à substituer l'idée et le mot de "face" à l'idée et au mot "couvercle" : une boîte a un couvercle mais toutes les faces d'un cube sont identiques. Pour effectuer ce passage, il est indispensable que les élèves disposent de matériel et de matériaux nombreux et divers dont la fonction est justement de permettre d'isoler les éléments invariants que sont le nombre de faces, d'arêtes, de sommets, de formes ... ; par exemple, le cube est la forme commune à toute une série de boîtes cubiques de tailles, de couleurs et de fonctions différentes.

2. Les activités à conduire avec ces objets

Les activités géométriques consistent à reproduire, à décrire, à représenter, à construire.

Reproduire Les élèves disposent d'un objet et ils doivent réaliser une copie. Il est possible de reproduire, avec des matériaux divers, un objet plus ou moins usuel, ou bien de procéder à des aménagements ou à des compléments de fabrication. On peut, pour la reproduction, utiliser des moulages, des calques, des patrons et, bien sûr, les instruments de mesure et de dessin. Le résultat obtenu est conforme ou non à l'objet initial. En cas d'erreur, il suffit de mettre la production "à l'épreuve des faits". En cas de demande d'un objet "semblable", il convient de préciser le degré de conformité souhaité, si l'on désire évaluer le résultat obtenu.

Décrire En reproduisant un objet et donc en choisissant, puis en agençant le matériel, les élèves sont amenés à s'exprimer à propos de cet objet et à formuler des remarques de type géométrique (ex : « il me faut des faces carrées »). Progressivement, ils utilisent, en situation fonctionnelle, un vocabulaire géométrique qui permet :

d'identifier l'objet par comparaison et opposition avec d'autres objets, en choisissant le critère discriminant

de le reproduire (quel matériel ? quelle démarche ?)

de le représenter

On pourra effectuer des classements et dresser une liste des propriétés de l'objet, en utilisant un langage de plus en plus précis. Il s'agit donc de décrire pour :

identifier : l'élève doit être capable d'expliciter les critères discriminants, d'énoncer les propriétés communes aux éléments d'une collection et de préciser pourquoi tel objet n'appartient pas à la collection (intrus)

reproduire : l'élève doit être capable de formuler la demande en matériel nécessaire à la reproduction et de la justifier

représenter : l'élève doit être capable de classer les remarques de type géométrique à propos d'un objet, d'un part celles qui sont mises en évidence dans une représentation donnée, d'autre part celles qui ne le sont pas

Représenter Dès lors qu'on représente un objet géométrique à l'aide de procédés conventionnels, on se trouve dans l'obligation de négliger des propriétés pourtant présentes dans la description. La représentation ne permet pas, en effet, de mettre en évidence toutes les propriétés : par exemple, les six faces de la description d'un cube n'apparaissent pas toutes sur une représentation. Il est donc intéressant d'habituer les élèves à effectuer et à utiliser des représentations différentes d'un même objet et à savoir choisir la représentation qui convient le mieux. Il est utile de prendre de nombreux points de vue de l'objet (empreintes, gabarits, ombres ...), de passer des dessins d'un objet à des schémas conventionnels. On peut,

en particulier, et dès le cours élémentaire, procéder à des activités sur les patrons : développements divers d'un même objet, comparaison et classement de patrons

Construire La construction est l'aboutissement d'un processus qui s'appuie sur la représentation et la description. Elle nécessite la mise en œuvre de techniques de tracé associées à un vocabulaire fonctionnel. Pour les constructions dans l'espace, on pourra utiliser divers matériaux (pâte à modeler, carton, baguette, fil de fer ...) : une attention particulière sera portée à la recherche des différents patrons d'un solide donné (cube, tétraèdre régulier, pavé, octaèdre régulier...) Notons que si les matériaux utilisés sont très divers, ils ne sont pas interchangeables et ils ont leur spécificité, dans la mesure où ils mettent en évidence certains aspects plutôt que d'autres : le papier ou le carton matérialisent les faces, leur nombre, la continuité ; le fil de fer met l'accent sur les arêtes ou les sommets ; la pâte à modeler met en évidence le volume. La diversité des matériaux permet donc une bonne articulation entre la reproduction et la description et peut aider à la représentation. Dans le plan, on pourra utiliser des planches à clous, des fils élastiques, des baguettes ou procéder à des assemblages (tangrams, puzzles). Une partie importante du travail à effectuer concerne l'usage des instruments de tracé et de mesure : règle, équerre, compas, règle graduée, papier calque, quadrillage, réseau, gabarit, rapporteur. Il peut être intéressant à cet égard, de mettre l'élève en situation de construire un objet qui réponde à un « cahier des charges ». La validation est alors immédiate, les causes d'erreur devant être situées pour progresser. Pour effectuer la construction, l'élève doit être capable de choisir la représentation qui convient le mieux (par exemple : ce patron permet de diminuer le nombre d'onglets). La construction est, en géométrie, un bon exemple de résolution de problème.

3 Réflexions sur les méthodes

Démarche

Les activités géométriques nécessitent une alternance entre des moments d'investigation et des moments de réalisation, entre des moments d'analyse et d'autres de synthèse étroitement liés dès lors que l'on se trouve dans un processus de production (reproduire et construire) comparable à celui de la technologie. Très souvent il faut anticiper sur les pratiques (par ex. : que faudrait-il faire pour obtenir un cube dont les arêtes soient doubles de celles du cube que vous venez de construire ?)

Les langages gestuel, oral, écrit (dont le dessin, le schéma, la photographie...) jouent un rôle important dans la conceptualisation des objets géométriques qui est en cours à l'école élémentaire et qui doit être prolongée et enrichie au collège.

Recours aux transformations géométriques

Les actions sur les objets géométriques (déplacements, agrandissements, réductions, déformations) concourent à ce processus de conceptualisation. En effet, c'est en observant les résultats de ces actions, puis en prenant comme objet d'étude ces actions elles-mêmes, que peuvent être mises en évidence les transformations géométriques planes : translation et rotation (déplacement plan), symétrie. Les travaux concernant les rosaces, les mosaïques, les frises et les pavages qui permettent de mettre l'accent sur l'imagination, la créativité et la dimension esthétique, aident à une prise de conscience de l'importance des transformations géométriques dans l'organisation de l'espace. On peut accorder une attention particulière aux ensembles de transformations qui conservent globalement une configuration donnée. Le rectangle est conservé globalement par chacune des symétries par rapport à la médiatrice de deux côtés parallèles ainsi que par la rotation de 180° par rapport à son centre ; les mêmes remarques peuvent être faites pour le carré, qui est un rectangle particulier, mais, de plus, le carré est conservé globalement par chacune des symétries par rapport à une diagonale, ainsi que par les rotations de 90° et 270° par rapport à son centre ; le triangle équilatéral est conservé globalement par chacune des symétries par rapport à la médiatrice d'un côté, ainsi que par les rotations d'angles de 120° et 240° par rapport à son centre de gravité.

Vocabulaire

Le vocabulaire géométrique sert à la transmission et à la compréhension des informations ; il aide aussi à la conceptualisation. Des mots précis, en nombre limité, doivent être acquis en situation fonctionnelle et parfaitement maîtrisés. L'élève doit accéder, le plus tôt possible, au vocabulaire correct et définitif, qui est celui de l'adulte. Il vaut mieux éviter tout vocabulaire provisoire. Le fait d'utiliser les mots *cercle* et *disque*, *sphère* et *boule*, facilite la perception des différences notionnelles et aide à la conceptualisation. Le vocabulaire géométrique est ainsi acquis au terme d'un processus d'utilisation continue et, bien sûr, ne doit pas être acquis en dehors de tout contexte, associé à des définitions, qui n'ont pas leur place à l'école élémentaire, car elles sont fondées sur la notion de « condition nécessaire et suffisante », qui relève du collège. Il s'agit avant tout d'acquiescer un vocabulaire actif et utile.

4. Problèmes posés par l'évaluation

Les activités géométriques dépassent l'acquisition de savoir-faire techniques et de compétences de tracé, comme en témoigne ce qui précède, et l'évaluation n'en est pas facile. Elle est incluse dans l'explicitation même des verbes « reproduire », « décrire », « représenter », « construire ».

Des compétences de tracé sont attendues des élèves à la fin du C.M. et elles peuvent faire parfois l'objet d'une étude en soi, au cours de brèves séquences d'apprentissage, mais doivent être intégrées dans les activités et être conçues comme des moyens à mettre en œuvre dans des procédés de construction. C'est ainsi que les élèves doivent être capables :

- de tracer un trait à la règle, avec ou sans consigne, au C.E., l'apprentissage étant commencé dès le C.P
- de tracer, au C.E. des perpendiculaires à une droite donnée
- de tracer, au C.M. des parallèles à une droite donnée et de construire des réseaux de droites. L'apprentissage pouvant commencer au C.E. en considérant deux droites perpendiculaires à une troisième
- de reporter, dès le C.E. des distances, avec une règle graduée, une bande de papier ou un compas
- de reproduire, au C.M., des angles avec calque, gabarit ou compas.

À la fin du C.M. les élèves sauront construire, sur différents supports (papier quadrillé, ligné ou blanc), des figures géométriques planes (triangle, parallélogramme, rectangle, losange, carré, autres polygones, cercle), l'apprentissage ayant été commencé dès le C.E., sur quadrillage. Progressivement les élèves apprendront à choisir eux-mêmes les instruments les mieux adaptés aux tracés et aux mesures qu'ils veulent réaliser.

Thèses sur la construction du savoir mathématique

THESE 1 : La construction des savoirs (invention des chercheurs dans le laboratoire, et découverte des élèves dans la classe) se fait par des aller - retour entre les trois mondes :

- le monde 1, le réel indépendant, le monde des **objets**
- le monde 2, le monde individuel des représentations, le monde des **images**
- le monde 3, le monde social du savoir, le monde des **modèles**

monde 1 : nature	monde 2 : art - création	monde 3 : science - technique
réel indépendant	monde de la rêverie	réel reconstruit
objet	image	modèle
découverte	invention	modélisation
régression	transgression	progression
passé	futur	présent

Corollaire : Il y a une solidarité entre la construction cumulative du savoir social et la construction sociale des savoirs individuels, c'est la solidarité de l'épistémologie et de la didactique.

THESE 2 : La science progresse par une dialectique de réponses au deux questions du comment et du pourquoi des phénomènes.

Corollaire 1 : La science progresse en deux temps, d'abord par une analyse surtout algébrique, puis par une synthèse surtout géométrique

Analyse	Synthèse
Négation de l'objet (découpage au scalpel)	Négation de la négation (reconstruction)
Répondre au comment	Répondre au pourquoi
Méthode inductive	Méthode déductive
Appréhension quantitative	Appréhension qualitative
Apprentissage	Structuration
Mémoire à court terme	Mémoire à long terme
Pensée logique	Pensée systémique
Recensement des données	Organisation des données
Recherche algébrique	Reconstruction géométrique

Corollaire 2 : On répond au comment surtout par l'algèbre, alors que la question du pourquoi se pose et se résout surtout géométriquement.

THESE 3 : Le pourquoi est surtout géométrique parce que les représentations sont surtout géométriques.

Corollaire : La construction des concepts passe par un travail du langage sur les représentations, et est donc également fortement influencée par la géométrie.

BIBLIOGRAPHIE

Des ouvrages sur la géométrie

- SCHATTSCHEIDER, WALKER : M.C. ESCHER kaléïdocycles, Taschen, 1977
Bulletin n°21 de l'APMEP : géométrie au premier cycle, 1978
Yvon BROSSARD : rosaces, frises et pavages, éditions CEDIC, 1979
Bulletin n°49 de l'APMEP : aides pédagogiques pour le cours moyen, géométrie, 1983
Danièle LACHAUSSEE : géométrie au cycle des apprentissages, CRDP de l'Aisne, 1991
Philippe COMAR : les dessous de l'image, découvertes Gallimard, 1992
BERTHELOT, SALIN : l'enseignement de la géométrie à l'école primaire, In Grand N n°53
Claude HUMEAU : la géométrie par le dessin au cycle III, Nathan pédagogie, 1996
Georges LOCHAK : la géométrisation de la physique, champs Flammarion, 1996
Robert De BIASI : les polyminos, éditions PACO, 1997
BERTOTTO, FOURNIE, HELAYEL : enseigner la géométrie cycle II, éditions Bordas, 1996
BERTOTTO, FOURNIE, HELAYEL : enseigner la géométrie cycle III, éditions Bordas, 1998
Bernard BETTINELLI : géoplans à l'école et au collège, IREM de Besançon, 1996
Bulletin n°430 de l'APMEP : géométrie, 2000
BOURSIN, LAROSE : pliages et mathématiques, ACL – les éditions du kangourou, 2000
Michèle MINGUIN-DEBRAY : l'atelier des polyèdres, ACL – les éditions du kangourou, 2001
Robert VINCENT : géométrie du nombre d'or, Chalagam édition, 2002

Et des ouvrages plus généraux sur les mathématiques

- Marco WOLF : la bosse des maths est-elle une maladie mentale ?, La découverte, 1986
Guy BROUSSEAU : théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques, thèse d'Etat, 1986
Guy BROUSSEAU : fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, la pensée sauvage, 1986
DAHAN-DALMEDICO, PEIFFER : une histoire des mathématiques, routes et dédales, Seuil, 1988
ASTOFLI, DEVELAY : la didactique des sciences, PUF, 1989
DUPIN, JOSHUA : Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques, PUF, 1993
Roland CHARNAY : pourquoi des mathématiques à l'école ? ESF éditeur, 1996